

NATM 工法によるトンネル掘削における変位予測

近藤達敏

Displacement Forecasting Methods for Use with the NATM Construction Method

Tatsutoshi KONDOH

Abstract

During construction of tunnels by the NATM method, it is necessary to predict as early as possible displacement in the tunnel face, both for the sake of insuring the safety of the primary supports, and in order to carry out examinations of the primary supports. This report is concerned with a 3-element visco-elastic model of natural ground to consider the progress of a tunnel face. It uses equivalent initial earth pressure values found by Sakurai et. al. to express numerically tunnel wall displacement by formula (9). This formula facilitates handling of displacement resulting from construction of faces and creep displacement.

During an 8-day period when construction of Tunnel was halted, measurements were taken. From this data, we find the following values for elastic displacement (U_e) and creep displacement (U_c):

$$\begin{aligned} U &= U_e + U_c \\ U_e &= 46.48(1 - e^{-0.45637 \cdot L}) \text{mm} \\ U_c &= 26.00(1 - e^{-0.118 \cdot t}) \text{mm} \end{aligned}$$

In this formula, L = the length of the face in meters, t = time in days.

The following formula gives the amount of initial displacement from the time that construction passes the section that was measured until the time that measurement is begun again:

$$U_0 = \frac{U'' - U'}{e^{-\beta t_1} - e^{-\beta t_2}} - A'$$

These values for elastic displacement and creep displacement derive from actual measurement and seem to agree with the theoretical state of equivalent initial earth pressure.

Finally, the author used what he called "doubling time displacement method" as a simple way of predicting creep displacement $U = A(1 - e^{-\beta t})$ using values obtained from actual measurement.

1 まえがき

NATM 工法によるトンネル掘削においては、1次支保工の追加施工を行なうことによって、トンネル壁面の変位量をあらかじめ定めた変形余裕量以下におさめることが重要なキーポイントの一つとなっている。このため掘削に伴って実施する変位の計測データをもとにして、可能な限り早期に地山の最終変位量などを予測すること

が必要となっている。

本論文はトンネル掘削に際して生ずる坑壁変位のデータから、最終変位量を予測する方法について考察を加えたものであって、粘弾性地山におけるトンネル掘削に伴う坑壁変位の実測値から、弾性変位とクリープ変位の両者を求め、最終変位量を予測することが可能であることを述べている。さらに、遅延弾性型変位パターンの場合、変位の予測計算を簡便に行なう算法として、筆者は「2

倍時変位法」を提示した。

2 NATM工法における変位予測の意義

吹付コンクリートを支保とするトンネルにおいて、坑壁における半径方向の変位と土圧の関係は、一般に図-1のように示されている。

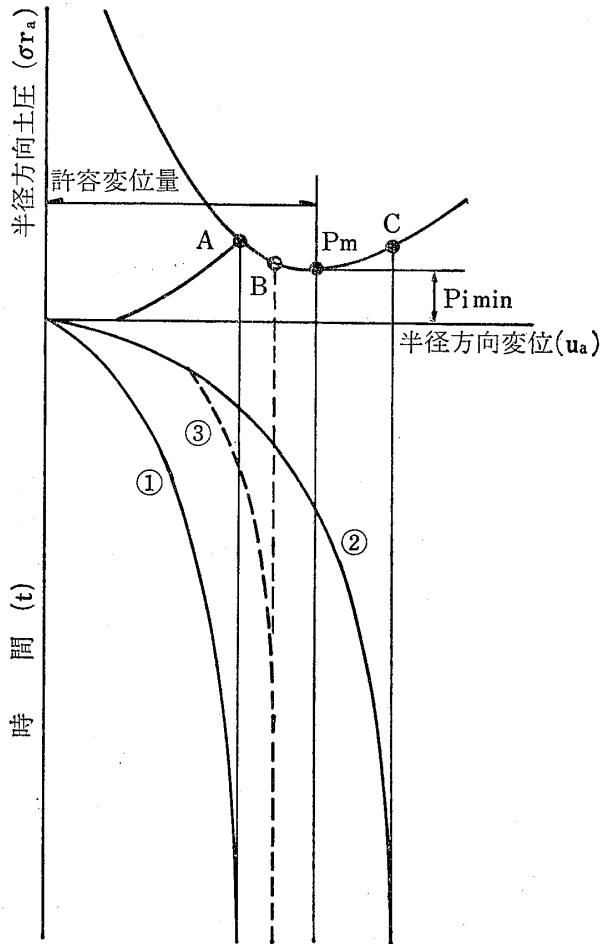


図-1 土圧と許容変位量
Fig. 1 Earth pressure and allowable value of displacements in tunnel

安全な施工のためには、変位・土圧の平衡点が、図-1における半径方向変位 u_a - 半径方向土圧 σ_{ra} 曲線において P_m 点より左側の曲線上にあることが必要であるといわれており、平衡点が P_m 点の右側の曲線上にある場合には、変位の増大に対して土圧も増大するため危険となる。時間 t - 半径方向変位 u_a 曲線において曲線②のような場合には、できるだけ早い時点でボルトや吹付コンクリートの追加施工を行ない、変位の増大を極力防止する必要がある。曲線③は、曲線②と同程度の危険な地山に、早い時点で1次支保の追加施工を行なうことによ

て、変位・土圧の平衡点が P_m 点の左側にとどまって、安全な施工が保たれることを示している。このようなことから、坑壁変位の最終値および変位が一定値に達するまでの時間などを、出来る限り早く推定することが重要となる。

3 トンネル掘削における変位の理論的考察

3-1 地山の粘弾性モデル

簡便のために図-2に示すような3要素粘弾性モデルを考える。この場合、弾性歪は次式のようにになる。

$$\epsilon(t) = \frac{\sigma}{E_0} + \frac{\sigma}{E_1} \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta} \cdot t}\right) \quad (1)$$

- ϵ : 歪
- σ : 応力
- E_0 : 弾性係数
- E_1 : 遅延弾性係数
- η : 粘性係数
- t : 時間

(1)式の右辺において、第1項は与えられた応力 σ に対して時間に無関係に定まる弾性歪を、第2項は時間依存性のクリープ歪を表わしている。

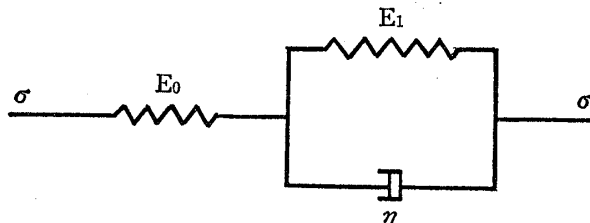


図-2 3要素粘弾性モデル
Fig. 2 Visco-elastic model composed of three elements

つぎに(1)式のモデルで表わされる粘弾性地山中に、円形素掘トンネル(図-3)を掘削する時の坑壁における半径方向変位(U)は、掘削の瞬間に生ずる弾性変位(U_e)とクリープ変位(U_c)からなるものとすれば、

$$U = U_e(E_0, \nu, a, p_0) + U_c(E_1, \nu, \eta, a, p_0, t) \quad (2)$$

- U_e : 弾性変位
- U_c : クリープ変位
- E_0 : 弾性係数
- E_1 : 遅延弾性係数
- ν : ポアソン比
- η : 粘性係数
- a : トンネル半径
- p_0 : 初期地圧
- t : 時間

である。

(2)式における弾性変位 U_e は、図-3 において平面歪状態として、次式で表わされる。

$$U_e = \frac{2(1-\nu^2)}{E_0} \cdot a \cdot p_0 \quad (3)$$

変位の符号はトンネル中心向きを正とする。

また、クリープ変位 U_c は、(1), (3)式を参照して、次式で与えられている。

$$U_c = \frac{2(1-\nu^2)}{E_1} \cdot a \cdot p_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta} \cdot t}\right) \quad (4)$$

したがって、トンネル坑壁の変位 U は、

$$U = \frac{2(1-\nu^2)}{E_0} \cdot a \cdot p_0 + \frac{2(1-\nu^2)}{E_0} \cdot a \cdot p_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta} \cdot t}\right) \quad (5)$$

となり、 E_0, E_1, ν, η, a が変化しないとすると、変位 U は初期地圧 p_0 および時間 t の関数となる。

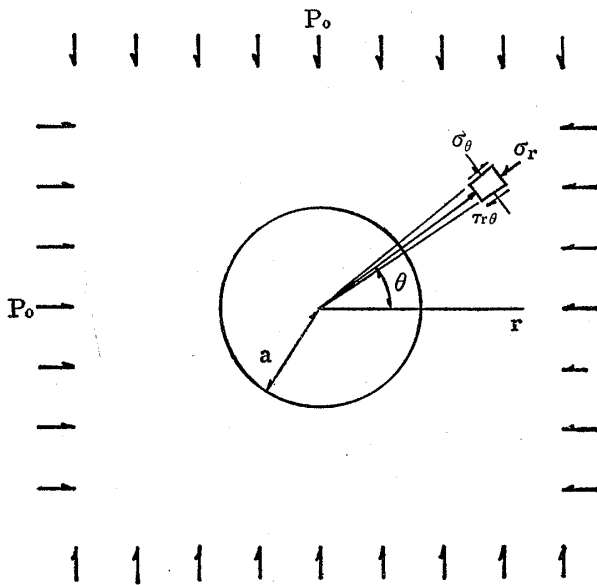


図-3 円形トンネルと初期地山応力
Fig. 3 Initial stress around circular tunnel

3-2 トンネル切羽の進行を考慮した等価初期地圧

さきに述べた粘弾性地山における変位の理論解は、2次元状態のものであるが、実際のトンネル掘削においては、トンネル切羽が漸次前方へと前進していくので、トンネル坑壁の変位は、切羽の進行による影響をも受けて、時間とともに変化する。切羽進行の影響を理論的に考察するためには3次元解析を必要とするが、ここでは簡単にするために、桜井による等価初期地圧の概念を導

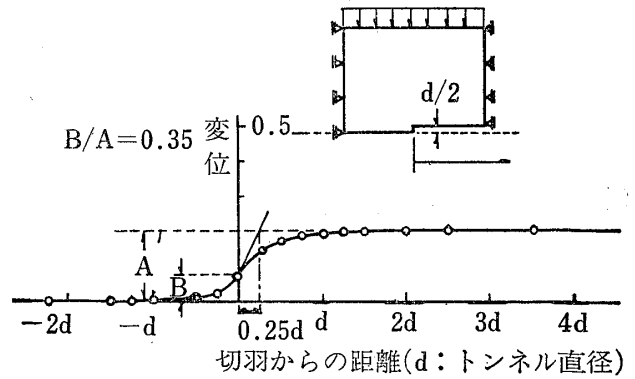


図-4 切羽付近の半径方向変位 (桜井; 1977)
Fig. 4 Radial displacements near the tunnel face

入して2次元問題におきかえて考える。

均質等方材料で任意の初期地圧を有する岩盤中に、円形トンネルを掘削した場合、トンネル掘削によって生ずる切羽付近の半径方向変位は軸対称有限要素解析結果から、図-4 のようになる。切羽近傍における壁面の変位は切羽の進行とともに増加し、あたかもその断面において地山の初期地圧が切羽の進行とともにみかけ上増大したと考えることができる。桜井は切羽の進行を時間の関数として、みかけ上の初期地圧を等価初期地圧と呼び、次式で表わしている。

$$p(t) = p_1 + p_2 \left(1 - e^{-\frac{t}{f}}\right) \quad (7)$$

$$p_1 \cong 0.35p(\infty)$$

$$p_2 \cong 0.65p(\infty)$$

f は図-5 により切羽がトンネル直径の $\frac{1}{4}$ だけ進むのに要する時間である。

実際には、切羽が等速で進行することは少ないので、筆者は等価初期地圧を次式で与えることとする。

$$p(L) = p_1 + p_2 \left(1 - e^{-\frac{L}{D}}\right) \quad (8)$$

L : 切羽距離 m

D : 常数 m

粘弾性地山中における円形トンネル掘削時の坑壁変位は、(5)式および(8)式から次式となる。

$$U = \frac{(1-\nu^2)}{E_0} \cdot a \left\{ p_1 + p_2 \left(1 - e^{-\frac{L}{D}}\right) \right\} + \frac{(1-\nu^2)}{E_1} \cdot a \left\{ p_1 + p_2 \left(1 - e^{-\frac{L}{D}}\right) \right\} \left(1 - e^{-\frac{E_1}{\eta} \cdot t}\right) \quad (9)$$

ただし、 $L \geq 0$ である。

(9)式の右辺第1項は $L \rightarrow \infty$ において

$$U_e = \frac{(1-\nu^2)}{E_0} \cdot a \cdot p_0 \quad (\because p_1 + p_2 \infty = p_0)$$

となる弾性変位を表わして、第2項はクリープによる遅延弾性変位を表わすもので、等価初期地圧 $p(L)$ と時間 t の両者に関係している。

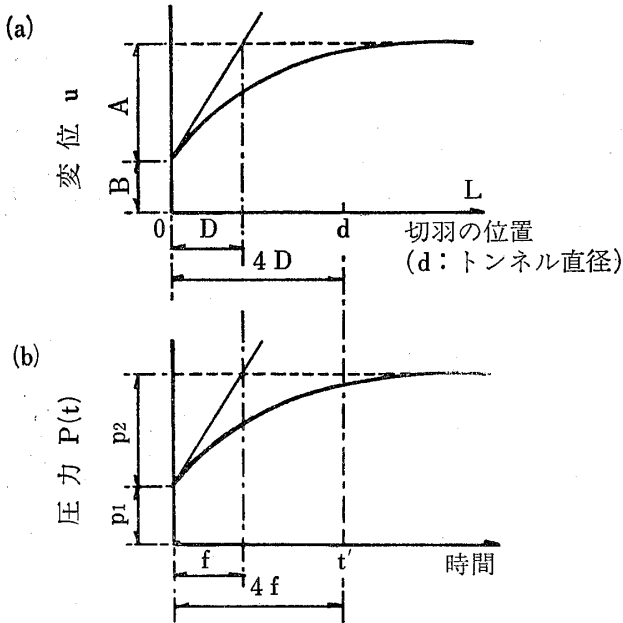


図-5 等価初期地圧と切羽位置の関係 (桜井; 1977)
Fig. 5 Relation between equivalent initial stress and the distance from tunnel face

4 坑内計測結果における弾性変位とクリープ変位

ここでは、トンネルの NATM 施工現場における坑壁変位の測定結果について考察を加えることとする。

このトンネルは、延長約 1 km で、最大土被り高 280 m のもので、NATM 工法で施工された。トンネルの地質は、主として第 3 紀中新世大戸層の流紋岩、頁岩ホルンフェルスなどからなり、細かい割目が多く、全体に角礫状を呈している。調査地の流紋岩は、脆性が大きく打撃に対して碎け易い。表-1 に、坑内切羽で採取した岩石試料による岩石試験結果を示す。これらの岩石試料は、破碎された流紋岩中の硬質な礫部分から採取した。

坑壁変位の測定は、図-6 に示すように、施工基面 (F.L.) から上方約 2.5 m の山側側壁で水平方向に行なった。

測定結果は図-7 に示した。曲線(a)においては、測定開始直後は大きい変位速度を示しているが、時間の経過とともに変位速度が減少し、切羽通過後 15 日程度ではほぼ一定の値 (約 43.2 mm) に達している。測定の開始は、切羽通過 1.2 日目に行なっており、切羽の進行速度は 1 m/日 で、全断面掘削であった。16^k960^m の測定断面にお

表-1 岩石試験結果

Table-1 Properties of rock specimen

料 程	16K997.5M 付近	
地 質 名	流 紋 岩	ホ ル ン フェ ル ス
単位体積重量 γ_t (g/cm ³)	2.63	2.67
超音波速度 V_p (km/sec)	5.22	4.78
吸 水 率 w_f (%)	3.59	3.20
一軸圧縮強度 q_u (kg/cm ²)	1503	712
ヤング率 E (kg/cm ²)	4.1×10^5	7.84×10^4
ポアソン比 ν	0.22	0.25
粘着力 C (kg/cm ²)	175	85
内部摩擦角 ϕ (°)	54.0	40.0

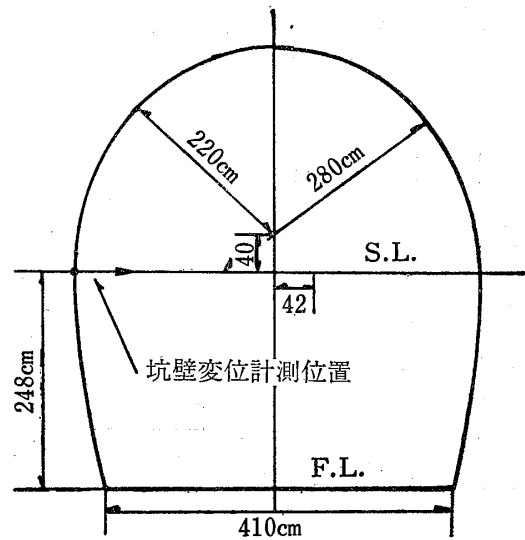


図-6 坑壁変位の測定位置
Fig. 6 The position of measurement of tunnel wall displacements

いては、切羽通過後 7 日目から 15 日目にかけての 8 日間におわり、盆休のため切羽の進行が完全に停止していたが、曲線(a)をみると、この切羽進行の停止期間中においても、8 日間で約 6 mm に達する変位が生じている。切羽の進行が停止した時の切羽距離は 7 m で、トンネル半径 $a = 2.8$ m により、

$$\frac{\text{切羽距離}}{\text{トンネル直径}} = \frac{L}{2a} = \frac{7.0\text{m}}{2 \times 2.8\text{m}} = 1.25$$

となる。

いま、本計測断面におけるトンネル地山に粘弾性モデルを適用し、曲線(a)による坑壁変位が、弾性変位とクリープ変位で構成されるものと仮定すると、先に述べた切羽停止期間中に生じた変位は、明らかにクリープにより

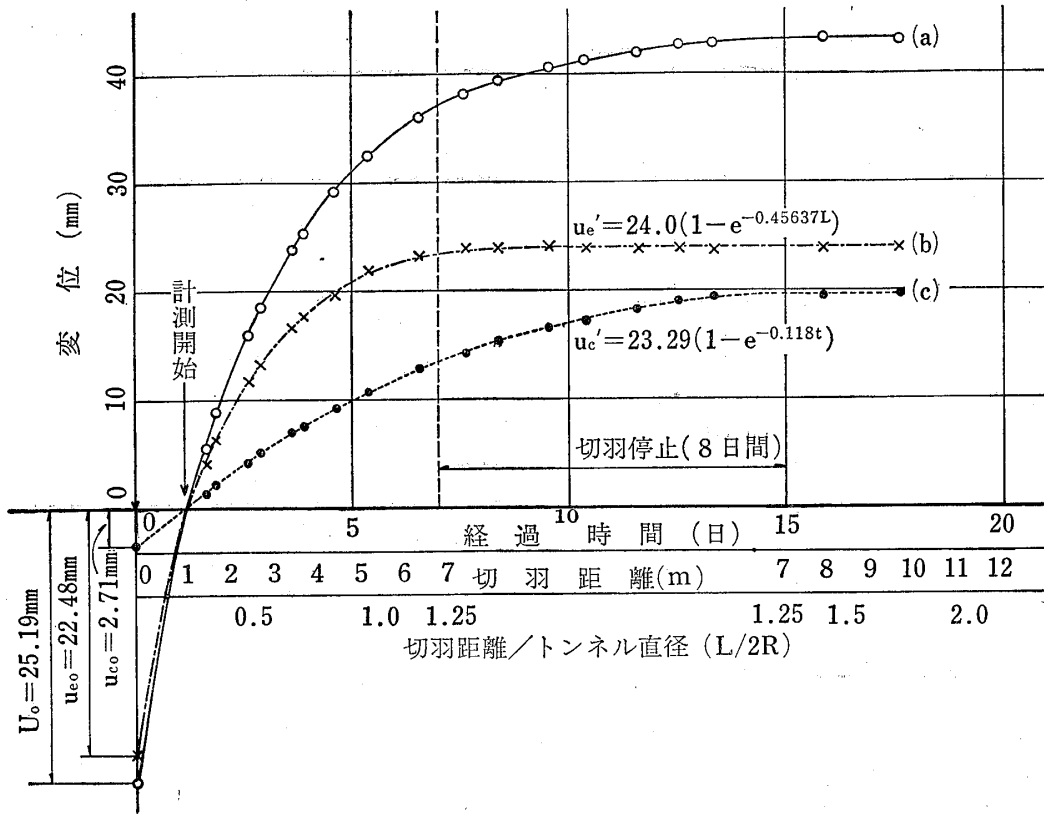


図-7 坑壁変位測定結果
Fig. 7 Horizontal displacements on the S. L. of tunnel wall

生じたものとみなせる。さらに、この期間中における等価初期地圧 $p(L)$ は、 $p(L=7m) = \text{const}$ であるから、クリープ変位 u_c は、この期間中、時間 t のみに依存している。ここでは等価初期地圧 $p(L)$ および地山の物性値などが不明であるので、図-7における曲線(a)のうち、切羽停止期間中の曲線と平行で、かつ測定開始時の原点を通るクリープ関数を、次式で与えることとする。

$$u'_c = A(1 - e^{-\beta t}) \quad (10)$$

- u'_c : 測定開始後のクリープ変位 mm
- t : 測定開始後の経過時間 日
- A : 最終平衡値 mm
- β : クリープ速度を表わす常数 1/日

(10)式で、 β は期間を通じて一定と仮定すると次のようになり、その結果を図-7、曲線(c)に示す。

$$A = 23.29\text{mm}, \beta = 0.118 \text{ 1/日}$$

$$u'_c = 23.29(1 - e^{-0.118t})\text{mm}$$

次に実測値(曲線 a)から上に求めたクリープ変位 u'_c (曲線 c)を各々対応する各点毎に差し引いて求めた弾性変位 u'_e を曲線(b)に示す。曲線(b)で表わされる弾性変位 u'_e は時間の経過とともに変位速度が低下し、切羽距離が7m程度となった時点で、 $u'_e = 24.00\text{mm}$ に達し、

その後はほぼ一定となっている。この時の $\frac{\text{切羽距離}}{\text{トンネル直径}} = 1.25$ となり、桜井らによる理論解ともよく一致している。弾性変位 u'_e について、切羽距離 L の関数と考え、次式で表わす。

$$u'_e = C \cdot (1 - e^{-k \cdot L}) \quad (11)$$

- u'_e : 測定開始後の弾性変位 mm
- L : 切羽距離 m
- C : 最終平衡時の弾性変位 mm
- k : 常数 1/m

これより、

$$C = 24.00\text{mm}, k = 0.45637 \text{ 1/m}$$

$$u'_e = 24.00(1 - e^{-0.45637 \cdot L})\text{mm}$$

となる。

次に発破により、切羽が測定断面を通過した瞬間から測定開始時点までの間の変位量、すなわち初期変位量を推定する必要がある。

いま、次式において β を一定と仮定すると、図-8において、

$$u' = A'(1 - e^{-\beta t})$$

$$u' + u_0 = A(1 - e^{-\beta t_1})$$

$$u'' + u_0 = A(1 - e^{-\beta t_2})$$

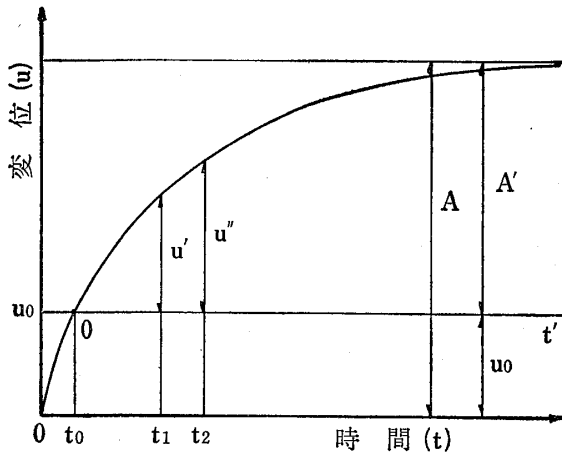


図-8 初期変位量の推定
Fig. 8 Estimation of initial displacement after blasting

が成立し、

$$u_0 = \frac{u'' - u'}{e^{-\beta t_1} - e^{-\beta t_2}} - A' \quad (12)$$

が得られる。ここに、

- t_1, t_2 : 掘削時からの時間 日
- u', u'' : 計測開始後の変位 mm
- A' : 修正前の最終平衡値 mm

である。弾性変位、クリープ変位各々の初期変位量は、(12)式により次のように求められる。

弾性変位における初期変位量 ($L=1.65\text{m}$, $u'_e=4.1\text{mm}$) および ($L=2.6\text{m}$, $u'_e=11.8\text{mm}$)

$$u_e^0 = \frac{11.8 - 4.1}{e^{-0.45637 \times 1.65} - e^{-0.45637 \times 2.6}} - 24.0 = 22.48\text{mm}$$

クリープ変位における初期変位 ($t=0.56\text{日}$, $u'_c=1.70\text{mm}$) および ($t=1.44\text{日}$, $u'_c=4.10\text{mm}$)

$$u_c^0 = \frac{4.10 - 1.70}{e^{-0.118 \times 0.56} - e^{-0.118 \times 1.44}} - 23.29 = 2.71\text{mm}$$

となり、図-7には、これらの初期変位量も合わせて示してある。以上により、切羽が測定断面を通過してから、最終平衡に至るまでの間に生ずる全変位 U は、次のとおりである。

$$\begin{aligned} u_e &= u_{e0} + u'_e \infty = 22.48 + 24.00 = 46.48\text{mm} \\ u_c &= u_{c0} + u'_c \infty = 2.71 + 23.29 = 26.00\text{mm} \\ \therefore U &= u_e + u_c = 46.48 + 26.00 = 72.48\text{mm} \end{aligned}$$

またクリープ変位量の弾性変位量に対する比 (クリープ係数) は、

$$\alpha = \frac{u_c}{u_e} = \frac{26.00}{46.48} \doteq 0.56$$

となる。

以上により、実測値をもとに求めた弾性変位の最終平

衡値 u_e は、(9)式右辺の第1項において $L \rightarrow \infty$ とした時の値に相当するもので、クリープ変位の最終平衡値 u は、(9)式右辺の第2項において、 $L \rightarrow \infty$, $t \rightarrow \infty$ とした時の値に相当するものである。図-7において、各曲線を数式表示すると次のとおりである。

$$\begin{aligned} U &= u_e + u_c \\ u_e &= 46.48(1 - e^{-0.45637 \cdot L}) \quad \text{mm} \\ u_c &= 26.00(1 - e^{-0.118 \cdot t}) \quad \text{mm} \end{aligned}$$

5 2倍時変位法による変位予測計等

粘弾性地山にトンネル掘削を行なう時に得られる坑壁変位の実測値から、最終平衡値を推定する方法として、筆者の考案による「2倍時変位法」をここに提示する。

次式が成立する場合

$$u = A(1 - e^{-\beta t}) \quad (13)$$

- u : 時間 t における変位 mm
- t : 時間 日
- A : 日変位の最終平衡値 mm
- β : 常数 1/日

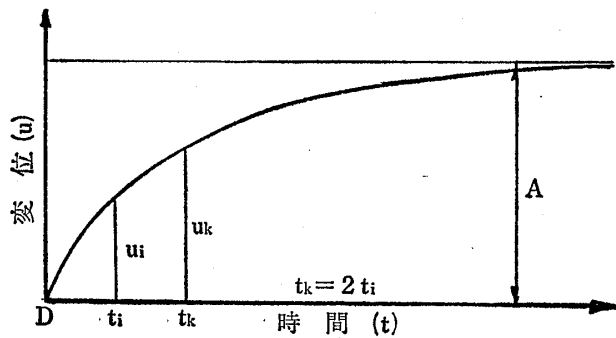


図-9 2倍時変位法
Fig. 9 Doubling-time displacement method

図-9において任意の時間 t_i における実測値を u_i とし、 $t_k=2t_i$ における実測値を u_k とする。(13)式より

$$u_i = A(1 - e^{-\beta t_i}) \quad (14)$$

$$u_k = A(1 - e^{-2\beta t_i}) \quad (15)$$

が式立する。(14)式および(15)式より

$$\frac{u_i}{u_k} = \frac{1 - e^{-\beta t_i}}{1 - (e^{-\beta t_i})^2} = \frac{1}{1 + e^{-\beta t_i}}$$

これより

$$e^{-\beta t_i} = \frac{u_k - u_i}{u_i}$$

となり、両辺の自然対数をとると、 $u_k > u_i$ の時、

$$\beta = \frac{1}{t_i} \ln \frac{u_i}{u_k - u_i} \quad (16)$$

(15)式より

$$u_k = A - A(e^{-\beta t})^2$$

となり、一方(14)式より

$$e^{-\beta t} = \frac{A - u_i}{A}$$

であるから、

$$u_k = A - A \cdot \left(\frac{A - u_i}{A} \right)^2$$

となり、 $2u_i > u_k$ の時、次式が得られる。

$$\therefore A = \frac{u_i^2}{2u_i - u_k} \quad (17)$$

このように、 t_i における測定値を u_i 、 $2t_i$ における測定値 u_k を用いて、(16)式より β を、(17)式より A を求め、(13)式により、任意の時間 t における変位 u を推定する事が可能となる。

しかし、実際の計測においては、計測時間を正確に2倍毎に設定することが極めて困難である。そのため、 t_i の2倍時 $2t_i$ の前後で測定したデータから、 u_k の値を、便宜的に Lagrange の補間公式を用いて推定すればよい。図-10に示すように $2t_i$ に相当する測定値がなく、その前後 t_j 、 t_{j+1} の測定値が得られている場合、

$$u_{2j} = \frac{(t_{j+1} - 2t_i)u_j + (2t_i - t_j)u_{j+1}}{t_{j+1} - t_j} \quad (18)$$

ただし、

$$t_j < 2t_i < t_{j+1}$$

となる。

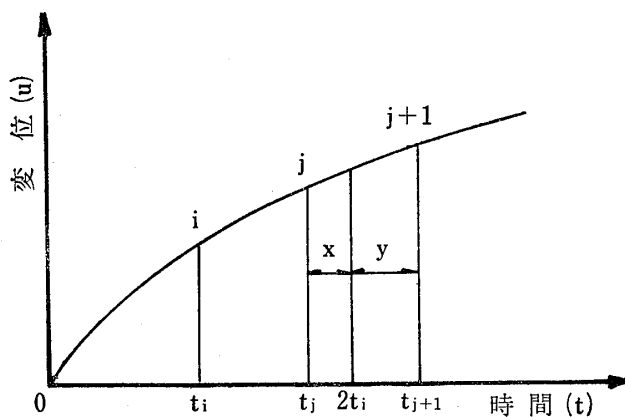


図-10 データの補完
Fig. 10 Lagrangian interpolation

6 結語

以上、NATM工法で必要となる坑壁変位の予測手法を明らかにした。

粘弾性地山におけるトンネル掘削に伴って得られる坑壁変位の実測値をもとに、弾性変位 u_e 、およびクリープ変位 u_c を求めることが可能で、次式のように表わされる。

$$U = u_e + u_c$$

ここで、

$$u_e = C \left(1 - e^{-\frac{L}{D}} \right)$$

$$u_c = A(1 - e^{-\beta t})$$

切羽面が測定断面を通過してから、測定開始時点までの間における初期変位量 u_0 は、次式で与えられる。

$$u_0 = \frac{u' - u'}{e^{-\beta t_1} - e^{-\beta t_2}} - A'$$

向山トンネルにおける実測例では、上記の方法が、変位予測に有効である事が実証され、また、桜井らによる等価初期地圧の概念を導入した理論解とも、傾向的によい一致をみている。

さらに、筆者は変位の時間依存性について次式

$$u = A(1 - e^{-\beta t})$$

が成立する場合、実測値から、任意の時間に対する変位量を推測計算する方法として、「2倍時変位法」を提示した。

参考文献

- (1) 岡行 俊(1977.7.): NATMの理論 NATM施工技術講習会 日本トンネル技術協会
- (2) Shunsuke Sakurai(1977.4.): Interpretation of Field Measurements in Undersea Tunnels with the Aid of Mathematical Models, International Symposium on Field Measurements in Rock Mechanics-Zurich
- (3) 青函トンネル土工研究調査報告書(1977.3.): 土木学会
- (4) 赤井浩一, 足立紀尚, 西 好一(1979.2.): 堆積軟岩(多孔質凝灰岩)の時間依存特性と構成式 土木学論文報告書 No.282
- (5) 赤木知之(1977.3.): レオロジーモデル定数の一決定法 土と基礎 No.991
- (6) 鈴木 光(1973): 岩盤力学と計測 内田老鶴圃新社
- (7) W. フリュエグ(1975): 粘弾性学 培風館
- (8) 川本眺万, 林 正夫(1978): 地盤工学における有限要素解析 培風館
- (9) 嶋昭次郎, 谷本親伯, 木村 宏(1978): 和泉層岩盤の変形特性について 第11回土木学会岩盤力学シンポジウム

- (10) 伊藤富雄, 久武勝保(1979): 切端の存在及び掘進速度を考慮したトンネル支保工土圧 第14回土質工学研究発表会講演集
- (11) 齊藤迪孝 (1969. 2.): 斜面崩壊発生時期の予知 土と基礎 Vol. 17, No. 2