

地盤の地震応答解析と液状化解析概観

吉田 望

Overview of earthquake response analysis and liquefaction analysis

Nozomu Yoshida

Abstract

Existing earthquake response analysis and liquefaction analysis are overviewed and notes for the use of these analyses are described. Mathematical backgrounds of the analyses are firstly reviewed. Secondly, discussions are made on several topics that are important in practice. Conventional methods to grasp stress-strain behavior of soil, such as dynamic deformation test and liquefaction strength test, are shown not to be enough to be used as stress-strain model of the earthquake response analysis. Then, shortages in the equivalent linear analysis are explained and progressed methods are introduced. Discussions are extended to the damping characteristics, in which advantage and disadvantage of Rayleigh damping is explained and modal damping that has more freedom to define damping matrix is introduced. Finally, theoretical backgrounds of existing computer codes are introduced.

Keywords : Earthquake response analysis, Liquefaction analysis, Constitutive model, Equivalent linear method, Time marching analysis

(要 旨)

地盤の地震応答解析と液状化解析について、理論的な背景を概観するとともに、これらの解析を行う際の注意事項をまとめた。まず、これらの手法の数学的な理論をまとめた後、いくつかの地震応答解析でよく問題となる事項についてまとめた。地盤材料の応力-ひずみ関係の把握方向およびそのモデル化では既往の試験法が理論で要求されるレベルに至っていないことを示した。実務でよく用いられる等価線形化法による地震応答解析手法の欠点を紹介し、その解決を図った手法について説明した。また、減衰項の物理的な意味と実務で使われることの多いRayleigh減衰の関係について説明するとともにその問題点、改良の方向などを指摘した。最後に、いくつかの解析コードについて理論的な背景を説明した。

キーワード : 地震応答, 非線形, 液状化, 数値解析

1. はじめに

日本は地震国であり、構造物の設計等においても地震力が支配的であることが普通であり、地震時の挙動を精度よく予測することは重要である。構造設計においてはこれまでは震度法に代表されるような地震力を静的な外力に置き換えて静的な解析で地震時の挙動を評価する方法が主流であった。コンピュータのなかった時代、コンピュータの性能が低かった時代にはこれは工学的な割り切りとして仕方がなかった面もあるが、その考え自体は現在でも十分通用する、優れた手法である。

しかし、コンピュータの発達に伴い、地震時の挙動をより精度よくとらえられる可能性を持っている地震応答

解析が次第に実務でも使われるようになってきた。地震応答解析は最初は非常に重要な問題に対して使われるのみであったが、パソコンが発達し、計算コストが下がるに従って広範囲に使われるようになってきた。

本論では、特に表層地盤に限定して地震応答解析を扱う。地盤の地震応答解析はいくつかの目的で行われる。一番多く用いられるのは、構造物設計用の入力地震動を算出する目的で行われる解析であろう。その他、液状化の発生予測、土構造物の挙動評価などにも多く用いられてきた。また、1995年兵庫県南部地震を契機に設計にも性能設計が取り入れられるようになると、液状化時の変形予測のような研究の最先端話題に関しても設計に地震応答解析が用いられるようになってきた。

現在、多くの地震応答解析コードが作られ、使われるようになってきている。しかし、現状では、どのコードでも同じような結果が得られるわけではないし、同じコードを用いても技術者の技術力、考え方の違いから得られる結果が異なるというのが現状である。一方、多くの技術者は数多くの解析コードに携わる機会が少なく、通常は手元にある小数のコードを使えるだけであるので、そのコードがどのような特徴を有し、どこが強く、どこが弱いかなどという基本的なことに気がつかないことも多い。

また、地震応答解析のもととなる実験法やモデル化などは古い時代の研究を引きずっており、最新のコンピュータ解析で要求するレベルとは差がある。

本論では、このように実務で地震応答解析コードを使う機会の多い読者をターゲットとして地震応答解析と液化解析の現状をまとめることを試みている。ただし、地震応答解析の全般を紹介することを試みるものではなく、意識しないで使われていることが多く、教科書等でも丁寧に説明されることの少ないこと、最新の知見をもとに注意しなければならないことなどを中心として地震応答解析の考え方を紹介することを目的とする。

2. 地震応答解析の数学的側面

地震応答解析を理解するためには数学的な面に対する最低限の知識は必要不可欠である。ここでは、以下で必要となる最低限の数学を示しておく。

地震応答解析とは運動方程式を解く作業である。運動方程式は時間と空間に関する偏微分方程式であり、そのそれぞれの変数の解法により解析法の特徴が現れる。

2.1 運動方程式とその空間に関する解法

運動方程式を空間に関して解く手法は、有限要素法が用いられる。稀に差分法や境界要素法などが用いられることがあるが、非線形を扱う手段としては有限要素法が適していることもあり、実用的に用いられているものはまず有限要素法と考えて差し支えない。実用面での唯一とも考えられる例外はSHAKE¹⁾に代表される重複反射法であるが、これについては後に示す。

有限要素法は微分方程式の近似解法として著名なものであることから、その詳細な誘導法は各種の教科書や論文などに紹介されているので、これらを参照していただくとして、ここでは、運動方程式に特徴的なことを示す。

微小要素に関する釣合式は次式のように表される。

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} - \mathbf{L}^T \boldsymbol{\sigma} = 0 \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{u} = \{u_x, u_y, u_z\}^T$ は変位ベクトル、 $\boldsymbol{\sigma} = \{\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx}\}^T$ は応力ベクトル、 \mathbf{L} は微分オペレータである。この式を有限要素法で近似化すると次式を得る。

$$\mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2)$$

ここで、

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV : \text{剛性マトリックス} \quad (3)$$

$$\mathbf{F} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{T} dS - \int_V \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dV \ddot{\mathbf{u}} : \text{等価節点ベクトル} \quad (4)$$

また、 \mathbf{B} はひずみ-変位マトリックスまたは \mathbf{B} マトリックスと呼ばれている。また、 \mathbf{N} は節点変位から領域内の変位を求めるための補間関数である。ここで、慣性力以外の外力が作用しないとすると、一般に見られる運動方程式として次式が得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (5)$$

ここで、

$$\mathbf{M} = \int_V \mathbf{N}^T \rho \mathbf{N} dV \quad (6)$$

は質量マトリックスである。式(6)に基づいて計算される質量マトリックスを特に分布質量 (consistent mass) と呼ぶ。実用的には補間関数をステップ関数に置く集中質量 (lumped mass) もよく用いられる。集中質量は対角マトリックスとなるので扱いやすい。どちらがよいかということであるが、例えば文献²⁾では分布質量が唯一のものであると述べているが、その後、集中質量にも理論的な説明が行われ³⁾、また、精度的にも一方が圧倒的に優れているという理由もないことから³⁾、現在はどちらも用いられている。

ところで、実際のケースでは式(5)にさらに減衰項を加えた

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (7)$$

が用いられることが普通である。微小要素の釣合式を書いたとき入ってこない減衰項が全体の運動方程式に入ってくる理由はいくつかある。一番大きな理由は、実現象として振動が減衰することである。しかし、微小要素の釣合式に入っていないのは、そのメカニズムが明瞭ではないことが原因である。さらに、微小要素の釣合式の中には入ってこない散乱の減衰のようなものもある。また、メカニズムが明瞭でないことに起因していると考えられるが、実現象と解析の不一致が減衰項に押しつけてしまうことも歴史的に行われてきた。地下逸散減衰を考慮する代わりに部材の減衰定数を大きくするなどの操作はこれにあたる。つまり、減衰項が調整代として使われてきたわけである。

ところで、式(7)の変位は絶対変位である。しかし、多くのケースでは入力条件の設定と関連して相対変位が支配方程式として用いられる。相対変位というからには基準点が必要であるが、その取り方に起因していくつかの定式化できる。

もっとも普通の方法は入力となる地震波が定義される位置が剛である (剛基盤と呼ばれる) と仮定することである。このとき変位を図-1に示すように剛基盤の変位 \mathbf{u}_g と剛基盤に対する相対変位 \mathbf{u}_r に分ける。すなわち、

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_r + \mathbf{I}\mathbf{u}_g \quad (8)$$

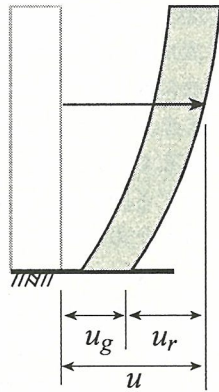


図-1 絶対変位と相対変位, 基盤変位
Fig.1 Absolute, relative and base displacement

ここで、剛体変位の方にはマトリックス \mathbf{I} がかけられているが、これは、剛基盤の変位は座標軸の数、すなわち3つ(回転も入れると6)しか自由度がないためである。すなわち、 \mathbf{I} は3列のマトリックスでその成分は節点はその方向の自由度を持っているときに1、持っていないときに0となっている。これを導入すると運動方程式は次のようになる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{K}\mathbf{u}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g - \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_g - \mathbf{K}\mathbf{u}_g \quad (9)$$

ここに、 \mathbf{u}_g は考慮の対象としている剛基盤より上では剛体変位である。従って、右辺の三つの項のうち第3項は0である。また、第2項も内部減衰、すなわち内部の物質の相対速度に比例するような減衰のみであったり、減衰が相対速度に比例するようなものであれば0となる。しかし、外部減衰、例えば水中で振動したりする場合には0にはならない。多くのテキスト等ではこの辺の議論を曖昧にして減衰項も0と仮定している。系の挙動に与える減衰の影響が小さいときにはこの項を無視しても構わないことから、結果的に減衰項が0となることもあるが、常に無視できるわけではない。このように、減衰項に関してはまだ、十分な議論が行われているとは言い難い状況にある。右辺の剛性項と減衰項を消去または無視するとよく用いられる運動方程式として次式が得られる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{K}\mathbf{u}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g \quad (10)$$

もう一つ、よく用いられる相対変位は、解放基盤に対する相対変位である。解放基盤とは地震動が入射する基盤面より上に表層地盤がなく、解放している基盤面をいう。解放基盤に対する相対変位が用いられる理由を理解するには、波動に対する検討が必要である。

剛基盤では、基盤が剛であるので、地表から基盤に向かって入射してくる波動は全て基盤で反射される。しかし、実地盤では波動は基盤より下方にも伝播していき、系のエネルギーは失われる。このような波動の伝播がダッシュポットで表現できることがLysmerら⁴⁾によって示され、その後、Joyner⁵⁾により外部から入射してくる波動に対しても同じダッシュポットが使えることがわかった。一方、地震応答解析の立場からみると、剛基盤では下方から入射してくる波動と地表から反射してくる波動

の合計を入力とするが、地表から反射してくる波動は地表の幾何学的、力学的条件に依存することから一般性を持たない。これに対して、入射波は一意的に定義できるので、入力としてより好ましいことになる。

従って、解放基盤に対する相対変位を用いる場合には、ダッシュポットの存在が必須である。解放基盤における入射波を \mathbf{u}_g 、解放基盤に対する相対変位を \mathbf{u}_r とし、このことを考慮して運動方程式を書くと次のようになる。

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{C}'\dot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{K}\mathbf{u}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g - \mathbf{C}'\dot{\mathbf{u}}_g - \mathbf{K}\mathbf{u}_g \quad (11)$$

ここで、

$$\mathbf{C}' = \mathbf{C} + \boldsymbol{\mu} \quad (12)$$

であり、 $\boldsymbol{\mu}$ はダッシュポットの粘性係数に対応するマトリックスである。ダッシュポットの減衰定数は基盤の質量密度を ρ 、S波速度とP波速度を V_s, V_p とすれば、境界に平行な振動に対しては ρV_s 、直交する振動に対して ρV_p である。ただし、ダッシュポットは境界に直角に入射するS波とP波に関しては厳密解となるが、斜め入射に対しては近似解である。また、表面波ではそれぞれの項に周波数ごとに異なる係数をかける必要があるが、周波数領域の解析を用いない限りそのような設定はできない。

右辺の減衰項と剛性項について、前と同じような検討を行い、消去または無視すると

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{C}'\dot{\mathbf{u}}_r + \mathbf{K}\mathbf{u}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_g \quad (13)$$

が得られる。このような基盤の設定方法を剛基盤に対して弾性基盤と呼ぶこともある。

式(13)は、式(10)と形式的に同じであるので、以下の議論では特に区別しないことにし、さらに、混乱も起こらないことから相対変位を表す添え字もつけず、入力地震動を \mathbf{u}_g で表すことにする。

このほかの境界条件として、いわゆる多入力問題がある。例えば、水平方向に長い橋梁などの構造物では橋脚に入射する地震動は同じ時刻ではなく時間差が現れる。一方、杭などの地中構造物を動的な応答変位法で解く場合には鉛直方向に地盤を伝播する波動により地盤の動きに位相差が発生する。これらの問題に対してはそれぞれの特徴に応じた解法が提案されている。すなわち、前者に対しては各地震動入力点で加速度を指定する方法⁶⁾、後者に関しては基盤の加速度と基盤に対する相対変位を入力する方法⁷⁾がある。しかし、地盤の解析を対象とする本論の立場からははずれていることからここでは紹介しない。

2.2 時間に関する解法

前節では、運動方程式を誘導したが、その誘導の過程で空間に関しては有限要素法という形で近似化の方法を同時に示した。最終的に得られる式(10)や式(13)は時間に関する常微分方程式であり、これを解けば解を求めることができる。

時間に関する微分を解く操作は数値積分と呼ばれる。よく用いられるのは以下に示す二つの方法である。

(1) 変数分離法 (周波数領域の解法)

時間に関する微分方程式を解く方法の一つは、変数分離法である。この方法では、変位 \mathbf{u} を次式のようにおく。

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=0}^{\infty} \mathbf{U}(\mathbf{x}) e^{i\omega_i t} \quad (14)$$

ここで、 \mathbf{x} は空間を表し、 $\mathbf{U}(\mathbf{x})$ は空間のみの関数である。この式の意味は、積分時間 (地震応答解析では地震動の継続時間) T について連続関数を図-2に示すように、三角関数の和として表すものである。

これに加え、系が線形であるという仮定を置くと、三角関数の性質から、運動方程式は図-2に示す各モードごとに独立して書けるようになる。

各モードごとに運動方程式が書けると、時間に関する項である $e^{i\omega_i t}$ という関数は何度微分してもこの形で残ることから、基礎式から除くことが可能になり、その結果、各モードごとの空間に関する連立方程式のみが残ることになる。ここで、 ω は円振動数であり、これを 2π で除したものが振動数 (周波数) である。つまり、式(14)の意味は変位を周波数ごとの成分に分割してそれぞれの周波数に対する解を求めようとするものである。このため、変数分離法による解法は運動方程式を解く観点からは周波数領域の解法といわれることもある。

なお、式(14)では無限項の総和をとっているが、現実の数値計算では有限項で計算を打ち切っており残りが誤差となっている。

(2) 逐次積分法 (時間領域の解法)

前の方法が変数を分離して周波数領域で運動方程式を解こうというものであったが、そのために非常に大きな仮定をおいた。それは、系が線形であるということである。つまり、応力-ひずみ関係が線形でなければならない訳であるが、地盤はひずみの小さい間から非線形挙動を示すので、このような条件が満たされることはほとんどない。

非線形の挙動を正確に表現するには、時々刻々変化する材料の力学特性を考慮できる積分手法が用いられる。

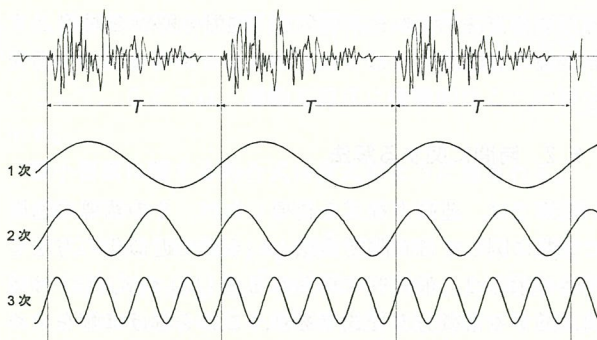


図-2 Fourier級数展開のイメージ

Fig.2 Schematic figure showing Fourier series expansion

この方法は、時間に関する常微分方程式として表現される運動方程式をそのまま積分する方法である。前項で述べた周波数領域の解法に対し、この方法は時間領域の解法といわれることがある。

逐次積分法の手法としてはいくつかの積分法が用いられる。解法が複数存在する理由は、通常の地震応答関数では、微分方程式を解くための問題が一意的に定義されていないことである。すなわち、入力地震動の時刻歴は離散化された時刻でのみ定義されているが、その間に関しては定義されていない。そこで、その間の挙動をどのように仮定するかということによって異なる逐次積分法が得られるが、一般にはこのことがあまり意識されていないように見える。すなわち、運動方程式の解は一つというわけではなく、無数に存在する。

問題を唯一の解を持つように定義する最も実情にあう考えは、離散化された時刻でしか与えられていない地震波を連続した関数形で定義することである。例えば、点列を直線で結ぶことで連続関数が得られ、解は一意的に求まる。この方法は、後に示すような数値計算の際に生じる問題もない。実際、一自由度系に対する解法はNigamの方法⁸⁾と呼ばれ、応答スペクトルの計算によく用いられる⁹⁾。この方法は、微分方程式を真正面から解く方法であり、数学的には厳密であるが、一方では、多自由度の問題を解くことは非常に困難になることから、応答スペクトルを求める以外には実用では用いられない。

これ以外の方法では、入力地震動ではなく、応答値の関数形状を仮定している。例えば、応答加速度が増分間で線形に変化すると仮定する方法は、線形加速度法と呼ばれ、どの教科書にも載っているような標準的な解法である。このほか、増分間で応答加速度が一定値であると仮定する中点加速度法、二つの増分間で応答変位が二次式で変化すると仮定する中央差分法なども教科書でよく現れる方法である。

このように単純な仮定から発展し、もう少し精度を上げるための調整ができるような式もある。例えば、Newmarkの β 法は線形加速度法に対して位相を調整するパラメータ β を導入している。

実務上で数値積分手法の選択の基準となるのは、このような精度のためではなく、数値積分の安定性の問題であろう。すなわち、数値計算の途中で応答が急激に大きくなり、計算が無意味になる現象がしばしば起こる。線形加速度法や中央差分法では時間増分が系の最小固有周期 (固有値解析で得られる固有周期の最小値) に対してある程度以上大きくなるとこのような現象が起きる可能性がある。このため、教科書に必ず記述され、精度もよい線形加速度法が実務で使われることはなくなっている。これは、コンピュータの発達により、より大きな計算が可能になり、そのためFEMのメッシュサイズが小さくなったためである。

ところで、Newmarkの β 法では β の値が1/4より大きければこのような不安定現象は発生しない。このため、

昔はNewmarkの β 法は線形加速度法 ($\beta=1/6$ に相当)の別名という位置づけであった⁹⁾が、現在では中点加速度法 ($\beta=1/4$ に相当)の代名詞のように使われている。

安定性に関し有利なため使われる方法の一つにWilsonの θ 法がある。この方法では応答加速度が時間増分の θ 倍まで線形であると仮定する。そして、 θ が1.37より大きいと数値積分は無条件安定となる。この手法が提案された当時は夢の計算法といわれたことがあるが、最近では誤差も大きいことがわかってきたこともあって、液状化解析など数値計算の難しい問題を解消するために用いられるのみである。

なお、無条件安定の条件は非線形になると必ずしも満たされないこともあり、1自由度の問題に対し無条件安定のアルゴリズムを用いた数値積分でも発散した例が報告されている¹⁰⁾。

前に、離散化された時刻でのみ入力を与えられていることに起因して運動方程式の解は無限にあること、数値積分法では離散化された時刻の間の変化を異なる方法で補間しているため手法により解が異なることを指摘したが、実計算では、時間増分を小さくしていくとどの手法を用いても解は同じ値に収束していく¹⁰⁾。時間増分を小さくする方法では、入力として設定された時間増分の間の加速度を補間で求める必要があるが、この際、線形補間を用いているので、先に述べたNigamの方法と同様の仮定で入力地震動を連続関数に置き換えていることになる。

時間増分を小さくする方法はある意味でこの問題の正解と考えてよいと考えられる。もし、この方法がうまく機能しないのであれば、与える入力地震動の時間増分に問題があると考えるのが妥当であろう。ただし、実務的な要求を考えると、例えば、時間増分を1/10にすれば解析に要する時間は10倍多くかかるわけで、常にそのような方法が採れるとはいえないことは明らかである。

地震応答解析に用いられる入力地震動における時間増分は0.01秒を中心として0.02~0.005秒程度が用いられることが多い。時間増分を0.01秒とすると周波数領域の分解能(Nyquist frequency)は50Hzであるが、この周波数の付近の応答までを信頼することには疑問もあるが、安全側を見て20~30Hz程度の周波数領域であれば信頼できる。従って、現在のような方法で解析を行っていれば、時間増分を小さくしていき、収束したケースを正解と考えるのであれば、数値積分法の精度の検証は容易であると考えられる。

2.3 重複反射理論と複素剛性

(1) 重複反射理論

これまででは、式(1)を有限要素法で離散化した式を扱った。ほとんどの問題は有限要素法で解析されているが、唯一の例外がSHAKEのような一次元の解析を周波数領域で行う手法である。空間と時間の関数である変位を一

次元に限定し、時間に関しては周波数領域に展開することにすれば、空間に関する常微分方程式となり、解析解を得ることが可能になる。手法の詳細は原論文などを参照して頂くとして、その解は、入射波と反射波の和で表されることになり、解析で入射波と反射波を分離することができるようになった。また、解の性質から、任意の位置での任意の波形(入射波、反射波、複合波)を与えて解が得られるようになった。この性質は非常に重要で、例えば、地表で観測された地震波形から、広域で余り地震動が変わらないと考えられる工学的基盤における入射波を求め、これを他のサイトに適用するという工学的に重要な作業が可能となっている。この性質のため、SHAKEは工学的に重要なものとなっている。

また、SHAKEにおける層分割は、均質な層内では材料の非線形性をどこで代表させるかということだけに依存することになり、逐次積分法で要求されるような小さい層分割が不要となった。ケーススタディ¹²⁾によれば層の分割数が相当変化しても応答結果はほとんど変化しない。これも、SHAKEが実用的に使いやすい理由となっている。

以上に見られるように、SHAKEは解析結果が層分割の数には影響されないし、実験値をそのまま入力データとして入力することが可能であり、かつ、周波数領域の解析なので解はかなり安定している。このことは、解析する技術者が異なっても解析結果はほとんど変わらないことを意味している。これが、SHAKEが一般に広く用いられるようになった一つの理由と考えられる。

(2) 複素剛性

SHAKEの理論に触れたので、一緒に複素剛性に触れておく。複素剛性はSHAKEに限らず、周波数領域の解析を行っている手法に特有のものである。

Voigtモデルの応力-ひずみ関係は次のように書ける。

$$\tau = G\gamma + C\dot{\gamma} \quad (15)$$

ここで、 τ はせん断応力、 G はばね定数、 C は粘性係数である。系が、円振動数 ω の調和振動をしているとし、ひずみを

$$\gamma = \gamma_0 \sin \omega t \quad (16)$$

で与えると、応力は次のようになる。

$$\tau = G\gamma_0 \sin \omega t + C\gamma_0 \omega \cos \omega t \quad (17)$$

この応力-ひずみ関係が1サイクルで吸収するエネルギーより減衰定数を求めると次のようになる。

$$h = \frac{1}{2} \frac{C\omega}{G} = \beta\omega, \quad \beta = \frac{1}{2} \frac{C}{G} \quad (18)$$

h は円振動数に依存しており、実験事実と整合しない。そこで、粘性係数の値を

$$C = \frac{2hG}{\omega} \quad (19)$$

と置くことにすれば周波数に依存しない減衰特性を得ることが出来る。ここで、複素表示を導入し、

$$\gamma = \gamma_0 e^{i\omega t}, \quad \tau = \tau_0 e^{i\omega t} \quad (20)$$

とおき、応力-ひずみ関係に代入すると、次式が得られる。

$$\tau_0 = G\gamma_0 + i\omega C\gamma_0 = (G + i\omega C)\gamma_0 \quad (21)$$

これに、式(19)を代入すると次式となる。

$$\tau_0 = G(1 + 2ih)\gamma_0 \quad (22)$$

ここで、

$$G^* = G(1 + 2ih) \quad (23)$$

を複素剛性という。複素剛性の中に減衰の効果が取り込まれているので、応力-ひずみ関係は線形であるが、実数で表したせん断応力-せん断ひずみ関係は履歴を描き、非線形現象に対応できるわけである。

なお、初期のSHAKEではこの式が用いられてきたが、その後、一定ひずみ载荷の条件下で応力振幅が設定値と一致するように

$$G^* = G(1 - 2h^2 + 2ih\sqrt{1 - h^2}) \quad (24)$$

を用いることが著者らにより推奨されるようになった。しかし、オリジナルのSHAKEを修正するのはユーザーであるので、どちらの減衰が用いられているかは論文に書いていない限り分からない。最近開発されるコードでは後者が用いられるケースが多いようである。

2.4 全応力解析と有効応力解析

(1) 有効応力解析とは

地盤材料の変形は、構成している土粒子や間隙物質(空気、水など)の変形ではなく、土骨格の構造の変化として捉えられる。従って、砂のような粒状体では弾性定数や強度は粒子間の摩擦力と密接に関係している。すなわち、これら力学特性は粒子間に作用している力、ないしはそれを要素について積分した値である有効応力に大きく依存する。このため、地盤の解析を精度よく行おうとすると、有効応力に基づく手法が必要である。

さらに、地盤に作用する応力(全応力)は、有効応力と間隙水圧の和で表されることから、液状化の解析では、有効応力解析は必須となる。

ところで、地震時に有効応力を変化させる要因は大きく二つある。一つはダイレイタンスに伴うもので、液状化解析では必ず考慮する必要がある。もう一つは、全応力の変化で、例えば、ロッキング振動をしている構造物の直下の地盤などである。この場合には間隙水がなくても拘束圧の変化は生じる。どちらのケースも有効応力が地震中に変化する。しかし、有効応力解析という場合、前者のケースを指し、後者のケースは有効応力解析とは呼ばないようである。すなわち、有効応力解析とは、ダイレイタンスを考慮する解析であり、有効応力に基づき材料特性を評価している解析を指すものではない。

後者のケースに関して、実務的なコードの中には地震前の有効応力に基づく剛性と強度が変わらないとするものもある。ダイレイタンスによる有効応力の変化は単調に発生するが、後者のような全応力の変化は振動的

であり、1サイクルの载荷を考えると平均値としては地震前の値を用いても誤差がそれほど大きくならないと考えられるのがこのような使い方がされている理由と考えられる。

(2) Biotの式とその近似式

有効応力解析では、ダイレイタンスにより過剰間隙水圧が発生し、浸透によりその値が変わる。従って、有効応力解析では有効応力に支配される土骨格の挙動と、間隙水の挙動を同時に扱う必要がある。すなわち、全応力解析では土骨格の変位のみが未知数であったのに対して、これに、間隙水圧が新たに未知数として加わる。このような支配方程式は二相系の式または、Biotの式と呼ばれる。

Biotの式では全応力解析に比べ、同じようにFEMの定式化を行うと未知数の数が2倍以上となる。これに応じて計算量も膨大になるので、この支配方程式をそのまま解くことは行われず、計算の効率を図るような定式化が行われる。

この方法に二つあり、一つは基礎式から変数を削除する方法、もう一つは計算結果に影響を与えない項を削除するものである。これらの詳細は例えば文献¹³⁾に示したが、その結果をまとめると図-3のようになる。ここで、理論的にもっとも厳密なのは土骨格の変位 u 、水の変位 U (または水の土骨格に対する相対変位 w)、間隙水圧 p を用いた $u-U-p$ 形式(または $u-w-p$ 形式)であり、それと、水の体積弾性係数 K_w が無有限大ではないという仮定で導かれた $u-U$ 形式(または、 $u-w$ 形式)が厳密な解である。ここで、水の体積弾性係数を無有限大と設定するのは圧密解析などの準静的解析では普通に用いられる仮定であるが、地震応答解析の場合にはP波速度を無有限大と仮定することになり、不自然である。このように同じBiotの式といっても、動的な問題と他の問題では基本的な考えが異なることもある。

実務でよく用いられてきたのは非排水条件である。非排水条件を用いれば支配方程式は一相系、すなわち全応力解析のものと同じになることからコーディングが容易であること、さらに、地震の継続時間は十分短いので、その間に間隙水が移動する量はわずかであるという考えに基づいている。しかし、後者の考えは感覚的なものであり、実証に基づいたものではない。筆者はこの妥当性を検証したことがある¹⁴⁾¹⁵⁾が、過剰間隙水圧分布のみならず加速度や変位でも非排水条件に基づく解析と間隙水圧の消散を考慮した解析で大きな差が発生しており、この仮定は常に成立するという性質のものではなく、注意して使うべきものであろう。

何故、このような差が発生するかということであるが、確かに間隙水の移動量は少ないが一方では水の体積弾性定数の値は非常に大きく、その積である間隙水圧の変化量は必ずしも小さくて無視できる量とはいえないことが原因である。そして、間隙水圧が異なれば、有効応力、

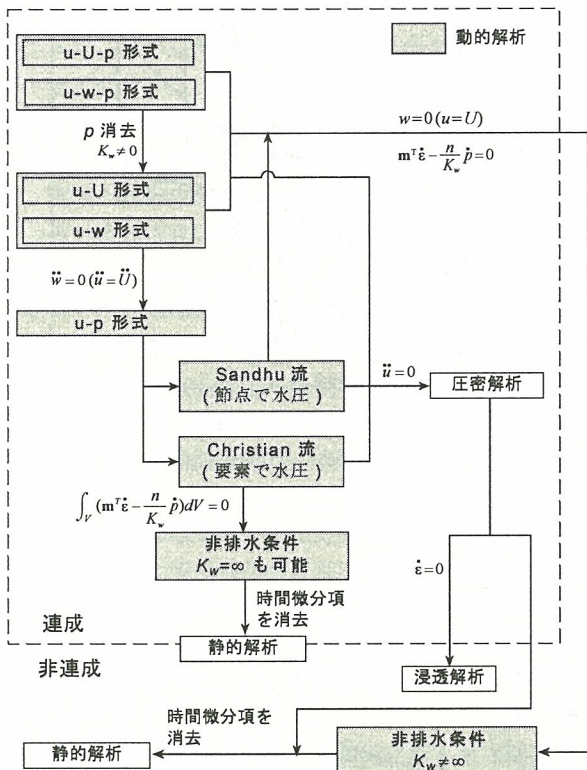


図-3 Biotの式とその近似式
Fig. 3 Biot's equation and its approximation

従って、剛性や強度も異なるので、その後の地震応答そのものが変わってくる。

なお、非排水条件の設定法も圧密解析と地震応答解析で異なっており、圧密解析では境界で透水を許さないだけであるが、地震応答解析では個々の要素間の透水も許さない設定となる。圧密解析で非排水条件の解析するのは瞬時の荷重がある時だけであり、境界での排水を許さなければ要素間の排水は起こらないからである。一方、地震応答解析においては有限の時間に渡って計算が行われるので、境界で非排水条件を設定しただけでは要素間で間隙水の流れができてしまう。

3. 応力-ひずみ関係とそのモデル化

通常の物理の問題であれば、支配微分方程式とそれを解くための初期条件、境界条件が与えられれば解くことができる。しかし、地盤の問題ではいくつかの問題があって、正しい解を求めるといことは不可能である。これらは、次のようなものである。

① 応力-ひずみ関係

土は小さいひずみ領域から非線形挙動を示す。しかし、土の非線形挙動はこの章で示すように十分把握されているわけではないし、また、そのモデルも完全ではない。

② 初期条件

地盤は解析では均質であるとモデル化されるが、実材料は場所によってばらついている。そして、そのばらつきが解析結果に影響を与える。しかし、これを完

全に知ることは不可能である。

③ 境界条件

地盤は水平方向にも鉛直方向にも無限に続いている。しかし、解析では無限性を考慮することはできないので、どこかに境界を設ける。境界では変位等の条件は解析領域の影響を受けないように定義できないといけませんが、そのような境界は存在しない。また、前に述べたように、地震動も離散化された時刻でしか与えられない。

これらいくつかの問題点のうち、ここでは、特に応力-ひずみ関係に着目する。

3.1 動的変形特性試験

地震時の地盤材料の応力-ひずみ関係は動的変形特性試験¹⁶⁾で求めている。動的変形特性試験はステータス荷重という方法で行われる。すなわち、非排水状態でせん断応力振幅一定(応力制御)の荷重を小さい振幅から始め、その振幅を次第に大きくしていく。各振幅で11サイクルの荷重を行い、10サイクル目の履歴曲線から、図-4に示すように剛性(割線剛性)Gと等価減衰比hを求め、ひずみ振幅との関係で表現するものである。ここで、10サイクル目の履歴曲線を用いるのは、繰返し数が少ない領域では履歴曲線が非定常であり、10サイクルも荷重すると定常となるということであると考えられる。

では、この試験で得られたG-γ, h-γ関係が地震応答解析に用いるべき土の応力-ひずみ関係であるかと考えるといくつかの疑問がわく。これについては、以前にまとめたことがある¹⁷⁾が、その主なものは以下である。

- ① 地震応答解析で重要なのは最初のサイクルの挙動であり、10サイクル目の挙動ではない。
- ② 履歴曲線はhで代表させているが、hから履歴曲線の形状は復元できない。
- ③ 初期せん断の影響が求められない。

これらは、地震応答解析の高精度化を考えると、相当な欠点である。それにもかかわらず、この試験法がこれまで使われてきたのは、実務で多く使われてきた等価線形地震応答解析SHAKEと密接に関係していると考えられる。SHAKEの手法のうち一部(時間に関する微分の解き方)に関しては前に示した。解析法の詳細は後に示すが、SHAKEでは上記①~③の特性を考慮できない。すなわち、そのような情報を用いなくても解析ができたのである。では、そのような情報が地震応答解析に影響を与えないかという必ずしもそうではない。すべての影響が調べられているわけではないが、筆者が初期せん断の影響について調べたところ¹⁸⁾、その影響は大きかった。

最近ではさらに他の問題も発生している。兵庫県南部地震以降、設計用の入力地震動が大きくなり、従って、発生するひずみも大きくなった。ところで、動的変形特性試験で得られる最大のひずみは0.1%を少し超える程

度である。この理由は、図-5を見れば明らかである。すなわち、ひずみが大きくなると、繰り返すたびにひずみ振幅が大きくなり、試験法で標準の方法として定められている10サイクルの载荷を行うことができないのである。従って、実務でも、10サイクルの载荷を行わず、もっと小さい繰返し数の履歴曲線から G や h を求めたりして実験値としていることもある。また、 $G-\gamma$ 、 $h-\gamma$ 関係を適当に外挿して応力-ひずみ関係を作ることもよく行われる。ところが、これが、次に述べるように、必ずしも適切に行われているとは言い難い時がある。

図-6は文献¹⁹⁾に示される動的変形特性を応力-ひずみ関係に直したものとを比較している。図の①は後に示す等価線形法でよく用いられる仮定で、最大ひずみ時の剛性と減衰で実験値のない領域の値を外挿している。この方法の異常なことは応力-ひずみ関係の②で明らかである。一方、図の③は文献に示される値でこれは、おそらく $G-\gamma$ 関係をなめらかに外挿して作ったものと考えられる。しかし、応力-ひずみ関係を見るとひずみが大きくなって応力が小さくなっている。前述のように動的変形特性試験はせん断応力振幅を大きくしていく試験であるので、ひずみが大きくなって応力が小さくなることはあり得ない。

ここに示したように、応力-ひずみ関係を書けば明らかに異常であることが分かる実験データの整理法と外挿法がこれまで何の疑問もなく使われてきたのは、先にも述べたように、応力-ひずみ関係を入力として陽に要求しないSHAKEが地震応答解析の主流として使われてきたためと考えられる。

特に砂においては、室内試験において過剰間隙水圧が発生するのは0.1%を超える付近からである。従って、これより大きいひずみが発生するようなケースではその

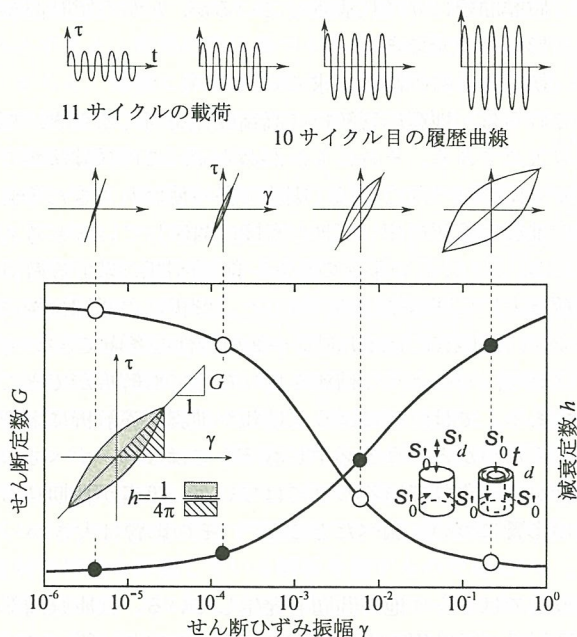


図-4 動的変形特性試験の整理法模式図
Fig.4 Schematic figure showing dynamic deformation characteristics test

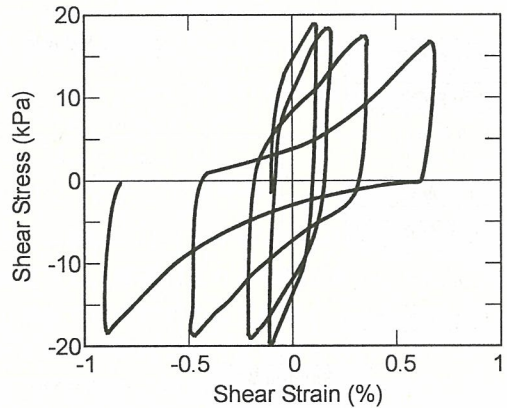


図-5 大ひずみ時の応力-ひずみ関係
Fig.5 Stress-strain relationship at large strain

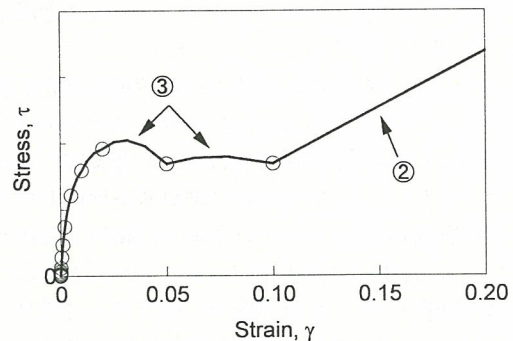
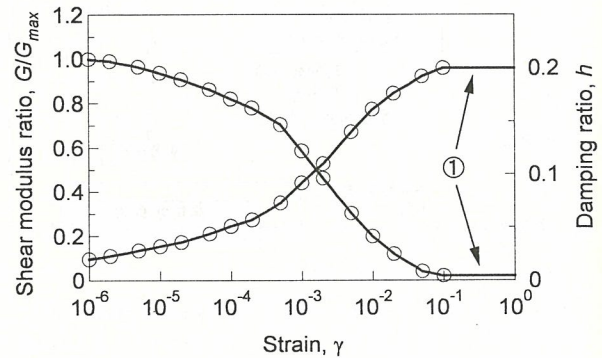


図-6 動的変形特性の補間と応力-ひずみ関係
Fig.6 Interpolation of dynamic deformation characteristics and resulting stress-strain curve

影響も考慮したモデル化、それに対応する解析が必要と考えられるが、現在はまだ、そのレベルには達していない。今後の検討が要求される分野と考える。

3.2 液状化強度試験と液状化挙動

液状化強度試験は液状化強度を求めるために行われる実験で、動的変形特性試験と同じような载荷方法で行われる試験であるが、フレッシュ試験、すなわち各試験ごとに新しい試料を用いる点が異なっている。これは、液状化強度試験では各载荷で試料を破壊してしまうので、次の試験には使えないからである。

液状化解析に用いるための構成則は多く提案されている。昔は、構成則の妥当性は液状化強度試験時の応力-

ひずみ関係や応力経路を比較することで行われることが多かった。しかし、これでは一定応力振幅時の挙動が再現できていることは確認できても、地震動のようなランダムな载荷に適用できるとは限らない。そこで、1989年に地盤工学会で行われた液状化解析に対する一斉解析では、実験と解析の液状化強度曲線を比較することが行われ、その後この方法が構成則評価のための主流になってきている。

しかし、液状化強度曲線の比較だけでは十分ではないことも明らかである。例えば、中空ねじり試験では、ひずみは時間軸やせん断応力軸に対してほぼ対称に発生するが、構成モデルでは一方向に偏るということもあり、これをひずみの絶対値のみで比較するというのは問題がある。

液状化強度曲線を用いることの一番の不便さは、解析では実験として得られた、またはターゲットとしている液状化強度曲線に完全に一致する液状化強度曲線を得ることはできないが、その不一致度がどの程度解析結果に影響を与えるかということがよく分かっていないことにある。

また、この方法はランダムな载荷に対しては問題がないわけではない。例えば、図-7はオンライン実験で得られたランダム载荷時の応力経路と応力-ひずみ関係である。この図の範囲で、有効拘束圧はほとんど0であり液状化が発生していると判断できるが、一方ではひずみは0.7%にも至っておらず、ひずみによる液状化の定義からはほど遠い。

この事例から二つのことを学ぶことができる。一つは、液状化の定義である。既往の液状化強度試験では、きれいな砂に対しては液状化を過剰間隙水圧で定義してもせん断ひずみで定義してもそれほど大きい差はなかった。細粒分が多い場合には過剰間隙水圧の発生は少ないが、ひずみが大きくなり、地盤の破壊状態と考えられることから、ひずみで定義した液状化強度がよく用いられる。ところで、この例ではひずみが小さいので、有効応力が0に近くなったとはいっても大きな被害に至るとは考えにくい。これも液状化なのであろうか。

もう一つは、液状化強度曲線による挙動評価の妥当性である。すなわち、このようにひずみは小さいが有効拘束圧がほとんどなくなるような現象を液状化強度試験の結果から予測するのは困難のように見える。

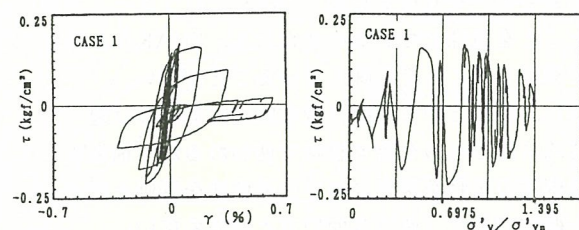


図-7 過剰間隙水圧は発生するがひずみが小さい事例²⁰⁾

Fig. 7 Example showing small strain behavior under large excess porewater pressure

これらのことから分かることは、現在の液状化強度試験は一定応力振幅化の材料の挙動を求めているのであり、それが説明できたからといって地震動のようなランダム载荷に対して十分な精度で挙動が予測できるものではないということである。

液状化強度試験は、その言葉通り、液状化強度を求めるために作られた試験法であり、その範囲では意味があるかもしれないが、地震応答解析のための応力-ひずみ関係モデルのターゲットとして使うには不十分である。しかし、これに代わる新しい試験法は現在のところなく、開発が望まれるところである。

もう一つ、現在の試験法の問題を挙げる。液状化強度曲線がせん断応力振幅と液状化に至る繰返し回数を座標軸としてせん断ひずみに関する等値線で表現されることは前に示した。また、等値線として表されるひずみは数%であるが、元の実験データから読み取るつもりであれば、もっと小さいひずみに対する等高線も書くことができる。一方動的変形特性試験では各ステージで11サイクルの载荷しか行わないが、そこまでの挙動であれば繰返し数に対するひずみも値も読み取ることができる。このようにすれば、どちらの試験の結果も同じようにひずみの等値線としてせん断応力振幅-繰返し数関係の中に描くことができる。図-8はそのような作図の一例である。通常の液状化試験では両ひずみ振幅でひずみが示されているが、図では片ひずみ振幅で示されているのが通常の表示法と違っているだけである。図示した動的変形特性試験では、液状化強度試験では载荷されないような小さいせん断応力振幅の挙動が得られていること、せん断ひずみが小さい間は等値線が水平であり、履歴曲線がすぐに安定化していることが分かる。ところが、前述のように、ひずみが0.1%を超えるようになると繰り返すたびにせん断ひずみが大きくなる現象が現れる。図ではこれらに対応する点を○で示し、そのときのせん断ひずみを書いてある。

このときのひずみを液状化強度試験のそれと比べると、同じせん断応力振幅と繰返し数に対してせん断ひずみ振幅は液状化強度試験の方が大きい。すなわち、動的変形特性試験の方が強い挙動を示しているわけである。この理由は明瞭である。動的変形特性試験では各ステージが終わった段階でそこで発生した過剰間隙水圧を消散させている。従って、試験が進むたびに試料は密になっているわけであり、これが図-8に示すような挙動の差になって現れたわけである。

これから分かるように、液状化強度試験と動的変形特性試験の結果は連続しているものでもない。

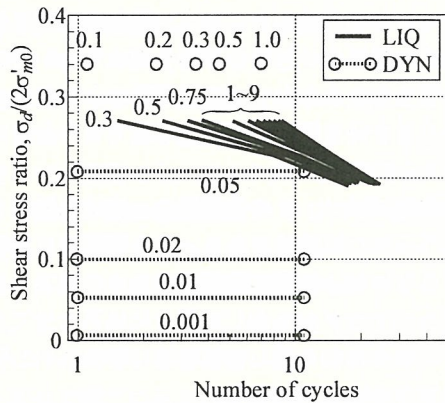


図-8 液状化強度曲線と動的変形特性の連続性
(LIQ: 液状化強度試験; DYN: 動的変形特性試験)
Fig.8 Discontinuity between dynamic deformation characteristics and liquefaction strength

3.3 構成則のモデルパラメータ決定上の問題点

一次元解析は地震応答解析のうちでも最も普通に行われる方法である。一般の方法では、波動をS波に限定し、さらに、上下方向の挙動は無視して、地盤にはせん断変形しか発生しないと仮定して解析が行われている。

構造物に影響を与えるのはS波による振動のことが多いから、S波の応答のみを考えるというのは、自然な発想のように見える。しかし、この解析では上下方向の挙動のことを全く考えていないということに注意が必要である。

土の構成モデルのうち、最も簡単なものは双曲線モデルであろう。このモデルは次のように表される。

$$\tau = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \gamma/\gamma_r} = \frac{G_{max}\gamma}{1 + \gamma G_{max}/\tau_f} \quad (25)$$

ここで、 G_{max} はせん断弾性定数、 τ_f はせん断強度で、これらは物理的にわかりやすい量である。また、 τ_f の代わりに $\gamma_r = \tau_f/G_{max}$ で定義される基準ひずみも実務的に用いられる。このモデルは応力-ひずみ関係の形状を決めるのに二つしかパラメータを使わないので、モデルとしては最も簡単なものである。

このモデルはせん断変形のみを扱っていることから、全応力で表現しても有効応力で表現しても式は変わらない。従って、このモデルは全応力解析に用いられる他、ダイレイタンスに関するモデルを付け加えて、有効応力解析にも用いられる。

実務でこのモデルを使ってパラメータの値を決めることを考える。 G_{max} はおそらく苦もなく決めることができる。すなわち、PS検層やN値に基づく実験式を使えばS波速度が求まり、それを変換するだけである。しかし、もう一つのパラメータの決定は困難である。

単純に計算するとすれば、 τ_f がせん断強度であるから砂であれば内部摩擦角 ϕ と有効上載圧 σ'_v を用い、 $\tau_f = \sigma'_v \tan \phi$ で計算する方法がある。また、式(25)に $\gamma = \gamma_r$ を代入すると、 $\tau = G_{max}\gamma/2$ が得られるので、割

線剛性 $G = \tau/\gamma$ を用いれば動的変形特性試験の結果より、 $G/G_{max} = 0.5$ に対応するひずみを読み取ることで γ_r が求められる。この二つの方法で求めた応力-ひずみ関係がほぼ同じのものであれば良いのであるが、筆者の経験ではこの二つが同じになることはまず無い。式(25)のように単純な曲線で小さいひずみから破壊に至るような大ひずみまでの挙動を表現することに無理があるといってしまうればそれまでであるが、次のような点も問題である。

- ① 実験の強度は得られたせん断応力の最大値であるが、式(25)で表される双曲線モデルは、せん断強度 τ_f を漸近線とするので、ひずみが無限大にならないとせん断強度が発揮されない。したがって、せん断強度付近の挙動が実挙動にあうはずがない。
- ② 砂では、ひずみが大きくなるとダイレイタンスの影響が無視できなくなり。過剰間隙水圧が発生する。このことは、例えば図-5を見れば明らかである。すると、上載圧は一定でも有効上載圧は異なるので、全応力解析では $\tau_f = \sigma'_v \tan \phi$ のような式でせん断強度を評価できるはずがない。また、図-5でも分かるように、応力-ひずみ関係は双曲線モデルで表現されるような簡単なものではない。

このうち、二つ目は結構重要な問題を含んでいる。前にも述べたが、図-5のような状態では液状化とは呼ばれないが、過剰間隙水圧発生の影響を無視できないわけである。とすれば、いわゆる全応力非線形解析、すなわち、過剰間隙水圧の発生を無視した解析で現象を説明しようとするのに無理があるわけである。しかし、実務では有効応力解析が行われることは少なく、多くのケースでは大地震に対しても全応力解析が使われている。このような場合には解析結果は実現象を再現しているとは考えられないが、全応力解析ではせん断応力は有効応力解析より大きな値となるので、最大加速度も全応力解析の方が大きくなり、設計上安全側になっている。

4. 等価線形解析

等価線形解析は実務でこれまで最も多く使われてきた手法で、プログラム名であるSHAKEやFLUSHがあたかも普通名詞のように使われるようになってきている。特にSHAKEについては、論文でSHAKEで解析したと書いてあっても、それは実際のSHAKEというコードで解析したことを意味しているのではなく、SHAKEと同じ手法で解析したことを意味していることが多い。

また、等価という用語は数学的には見かけは違っても実質的に同じものを指す意味で使われるが、構造工学では非線形の挙動を線形においた近似法を等価と呼ぶことが一般的であり、適切な使い方とはいえない。

等価線形法の基本的な考え方は、解析に用いる材料特性は線形であるが、その中に非線形の考え方を取り入れようとするものである。すなわち、解析では有効ひずみ

γ_{eff} に対する割線剛性を用い、有効ひずみを最大ひずみ γ_{max} より

$$\gamma_{eff} = \alpha \gamma_{max} \quad (26)$$

で求めるものである。変換係数 α としてどのような値が適切かということに関してはいくつかの論文^{21) 22) 23)} に見ることができるが、定まった法則はなく、実務では漫然と0.65が用いられることが多い。

この方法には大きな二つの欠点があることが判っている。

図-9は二つの非線形解析 CHARSOIL と DESRA の結果と SHAKE を比較したものであるが、(a) に見られるように SHAKE のせん断応力は大きい。(b) は加速度応答スペクトルの比較であるが、中央部で SHAKE の値が大きい。この原因は SHAKE は線形解析であるのでどこかの周波数で共振が起こるためであると説明されている。同じような意見は他の論文^{24) 25)} にもあるが、いずれも実証されているわけではなく、おそらく文献²⁶⁾ の見解をそのまま用いただけと考えられる。

これに対して、筆者は異なる見解を示した²⁷⁾。図-10の実線を $G-\gamma$ 関係から求めた応力-ひずみ関係とする。収束した状態を考えると、最大ひずみ、有効ひずみは図のような関係にある。つまり、等価線形解析では直線 OAC を用いた関係を用いて解析を行ったわけである。従って、最大ひずみ γ_{max} に対応する点は C でそのせん断応力は τ_1 である。ところが入力した応力-ひずみ関

係は実線であるので、実際の γ_{max} に対応した応力は τ_2 であり、 τ_1 は常に τ_2 より大きい。図-10では、波線が最大ひずみ-最大せん断応力関係となる。これが、図-9で SHAKE がせん断応力を大きく評価している理由である。

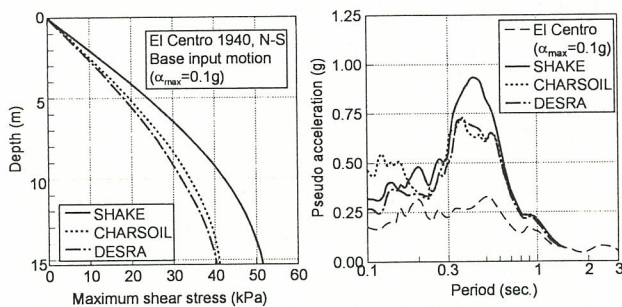
等価線形解析では応力-ひずみ関係は、 $G-\gamma$ 関係として表現されること、SHAKE から応力-ひずみ関係を出して作図しても直線が描かれるだけであること等の理由から余り興味を持たれないようであるが、それにしても設定した応力-ひずみ関係と異なる応力が出力されていることを誰も不思議に思わなかったのは異常という他ない。

最大せん断応力が過大評価されることから、対応して最大加速度も過大評価される。応力-ひずみ関係が完全塑性の時、せん断応力の差も最大となり、 $\alpha = 0.65$ とすれば $1/0.65 = 1.54$ 倍の過大評価となる。最大加速度もほぼこの程度過大評価される。また、明らかなように、ひずみが大きい、すなわち、大地震ほど過大評価の程度は大きくなる。なお、この過大評価が従来余り問題とされてこなかったことに関しては、文献²⁷⁾ でも論じておいたが、昔は評価できるほど大きい地震の記録がなかったというのが大きな理由の一つである。しかし、最近ではレベル2地震動のように非常に大きい地震動を扱うケースも増えてきており、大きな問題であると考えている。

等価線形法のもう一つの欠点は、杉戸ら²⁸⁾ により報告されている。図-11は東京湾埋立地における鉛直アレー地震観測で得られた地表の地中に対する増幅比と SHAKE による計算を比較したものであるが、SHAKE の増幅比が数 Hz より大きい周波数で観測値と比べて急激に小さくなっている。すなわち、SHAKE は高振動（といっても工学的には意味のある周波数領域を含んでいる）の増幅を過小評価するわけである。この直接の原因は明らかで、SHAKE では全ての振動数成分に対して非線形挙動を前提として決められた小さい剛性と大きい減衰を用いていることにある。最大加速度はしばしばパルスのような波形で決まることがあり、これには高振動数成分が寄与することもしばしばであるから、余り大きくない地震動に対しては SHAKE は最大加速度を過小評価するという前と逆の結果が得られることもある。

高振動数成分は波形の時刻歴においてはそれほど目立たなく、また、数 Hz 以上の振動数であれば工学的に重要ではないケースも多いので、二つ目の欠点は重要でないと考えられる可能性もある。しかし、この欠点の影響は SHAKE の特徴とする逆増幅解析、すなわち、地表の観測記録から基盤に入射してくる波動などを求める解析で顕著に現れる。

図-12は台湾の羅東で行われた鉛直アレーの解析²⁹⁾ で地表の波を与え、地下の振動を求めている。図の●が観測値、実線が SHAKE である。二つの地震が解析されているが、ひずみレンジが小さいケース (No.11) に対しては比較的良好なシミュレーションをしているが、ひずみ



(a) 最大せん断応力 (b) 加速度応答スペクトル

図-9 等価線形と非線形の比較²⁶⁾

Fig.9 Comparison between equivalent linear and truly nonlinear analysis

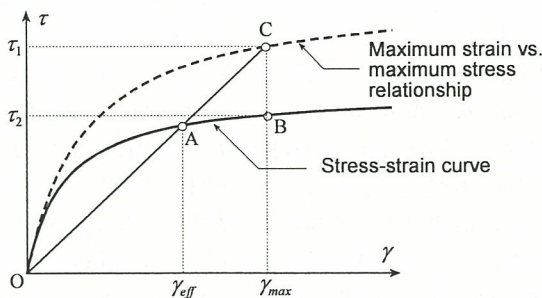


図-10 せん断応力過大評価のメカニズム

Fig.10 Mechanism of overestimation of shear stress in conventional equivalent linear analysis

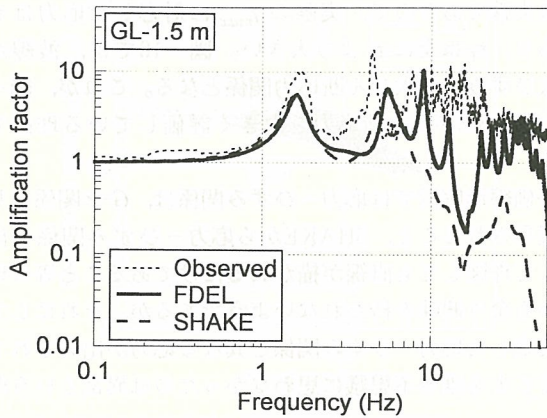


図-11 東京湾埋立地における鉛直アレーから求めた増幅特性

Fig.11 Amplification obtained from vertical array record at Tokyo Bay area

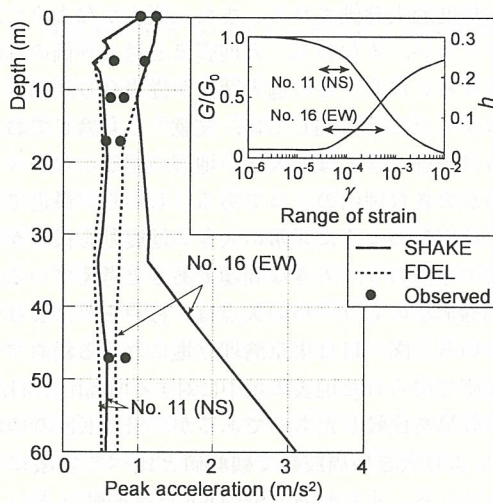


図-12 羅東サイトの逆増幅解析²⁹⁾

Fig.12 Comparison of deconvolution analyses

の領域が少し大きいケース (No.16) では地下に行くに従って最大加速度が増加するという異常な結果となっている。この原因はSHAKEの欠点のうち二つ目の欠点が発生するメカニズムを考えるとわかりやすい。すなわち、増幅が図-11にあるように1より小さいということは、地下深くなるほど加速度が大きくなるということであり、それが極端になると図のような結果になるのである。なお、図の点線については後に説明する。

このような現象は地震動が大きくなるほど発生するようになり、例えば、兵庫県南部地震の際の強震域の地表の記録を逆増幅解析すると、ほとんどのケースでこのようになり解析が発散してしまう。これを避けるには、考慮する最高周波数を小さくすればよいが、その結果、場合によっては工学的に重要な周波数成分が失われてしまうことがある。

これら二つの欠点が発生するメカニズムを考えると、同時に両方を改善することはできない。すなわち、前者(加速度の過大評価)を改良するためには $\alpha=1.0$ が必要

であるし、後者(高振動数の増幅の過小評価)を改良するためには α の値は小さくする必要がある。既往の研究で α の値がばらついていたのはこのためと考えられる。

最近ではこれに変わる新しい手法も提案されている。これについては、後に6章で説明する。

5. 減衰特性

式(7)に運動方程式が示されているが、前述したように、何故、減衰項が必要なのかということに関しては、構造物や地盤の自由振動は次第に減衰していくという事程度以上の主体的な意味は見つけにくい。さらに、運動方程式の各項を見ると、慣性力項と剛性項はメカニズムもはっきりしており、精度良く評価することも可能であるが、減衰項は計測も困難である。従って、現実の適用に際しては、応答挙動を調整するために用いられることも多くある。本論では二つの観点から減衰特性を考える。

5.1 Rayleigh 減衰と数値計算の安定性

Rayleigh 減衰は地盤の地震応答解析で一般的に用いられる減衰で、減衰マトリックスCを質量マトリックスMと剛性マトリックスKの線形結合で作成する。

$$C = \alpha M + \beta K \tag{27}$$

α 、 β はパラメータである。この減衰は非常に簡単に作ることができること、M、Kと同じ所にしかゼロでない成分がないので、ゼロが多い係数行列を持つ際の数値解析の手法がそのまま使えるなど、実務的には非常に便利な特徴がある。

Rayleigh 減衰と系の減衰定数との関係は次式のように表される。

$$h_i = \frac{\alpha}{2\omega_i} + \frac{\beta\omega_i}{2} \tag{28}$$

ここで、 ω は円振動数、また、添え字*i*は固有モードの次数を表している。この性質を利用し、適当な減衰定数からパラメータの値を決めている。二つの項の内では剛性マトリックスの比例定数である β が本論で議論する数値計算の安定のためには重要であり、 $\alpha=0$ とし剛性比例項のみを考えることも多い。ここでもこの設定で論を進める。 β の値は系の一次の減衰を1~5%程度にすることが多いようである。この数値に物理的な意味を持たせることもあるが(例えば、文献³⁰⁾)、多くは数値計算の都合で決めることが多いようである。

数値計算の都合は、次の例³¹⁾を見るとわかりやすい。図-13は東京湾の埋立地に対して行われた地震応答解析の結果で、Newmarkの β 法で $\Delta t=0.04$ 秒および $\Delta t=0.004$ 秒、中央差分法で $\Delta t=0.002$ 秒の結果が示されているが、最初のケースの最大加速度が異常に大きいところがある。この層の時刻歴を他のケースと比較したものが図-14であるが、時々現れるパルス状の波形が最大加速度を大きくしていることがわかる。この原因は不釣合力が大きくなったことであるが、実計算ではそれ以外にもいくつかの理由でこのようなパルス状の応答が現れる

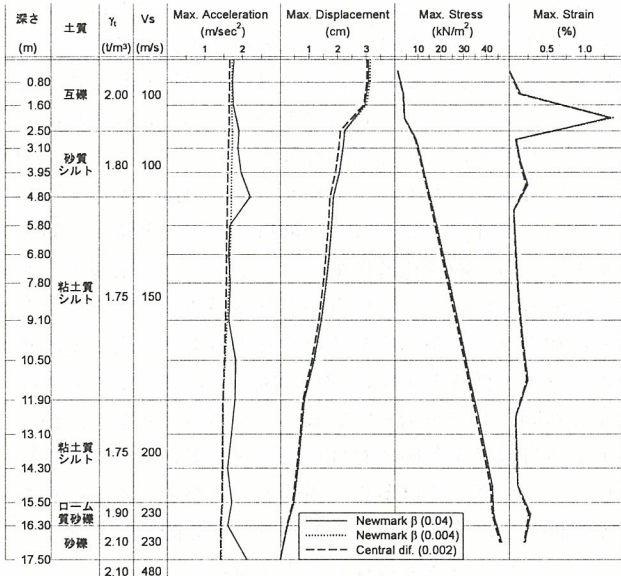


図-13 最大加速度分布
Fig.13 Maximum response

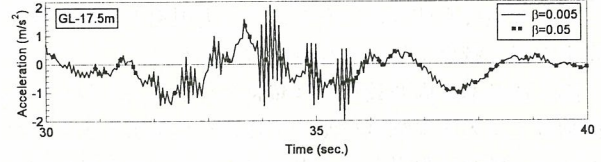
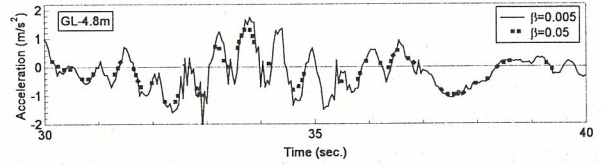


図-15 減衰を大きくしたときの応答
Fig.15 Response under large damping

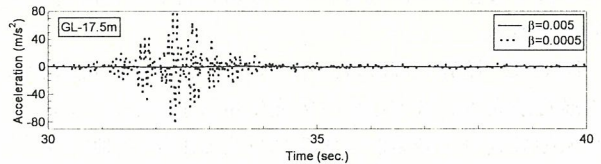


図-16 減衰を小さくしたときの応答
Fig.16 Response under small damping

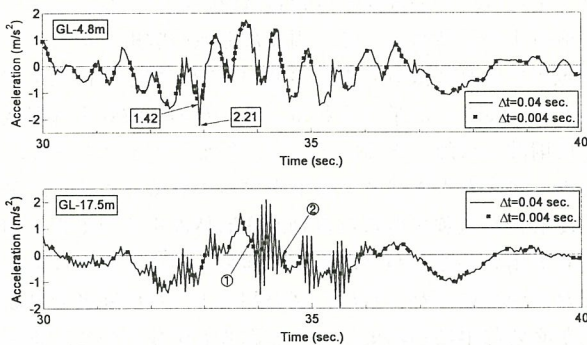


図-14 加速度時刻歴 (30~40秒を拡大)
Fig.14 Acceleration time history (enlarged between 30 and 40 seconds)

ことがある。これらの図に見られるように波動は自由振動で急激に小さくなって行くが、他の要素の挙動に影響を与えるようになると計算が発散したり異常な解が現れるようになる。

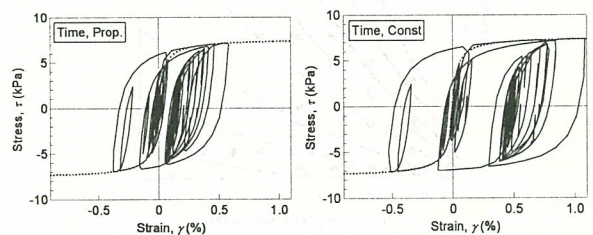
数値解析的には、この現象を避ける色々な解法が考えられる。例えば不釣合力に起因するパルスであればイタレーションにより、数値積分の時間増分を小さくすることによって不釣合力を小さくすれば良いが、この反面、計算時間は増大する。また、原因が特定されれば解決することも可能であるが、原因がよくわからないことも多い。このような場合に有効な手段が減衰を大きくする方法である。図-15は減衰を少し大きくした事例であるが、全体波形はほとんど変化せず、パルスは解消されている。一方、図-16は減衰を小さくした事例であるが、縦軸の数値に注意すればわかるように、計算は正常に終わっているものの著しいパルスが現れ、実用的には意味のない結果となっている。

5.2 モード比例減衰による減衰の制御

前節で述べたように、Rayleigh 減衰はうまく使えば数値計算を安定的に行うための有力な武器となる。しかし、問題もある。図-17はある地震応答解析で得られた応力-ひずみ関係を比較している。(a)はこれまでで示した剛性比例減衰、(b)は後に述べる手法を使って周波数に依存しない一定の減衰を設定した結果であるが、剛性比例減衰を用いるとひずみが小さくなっている。すなわち、変位を過小評価することになるわけで、設計として危険側の評価となっている。

Rayleigh 減衰のもう一つの問題は、Rayleigh 減衰では独立なパラメータは二つしかないの、減衰に対する自由度がないことである。例えば、物理的な減衰として散乱の減衰があるが、この減衰は周波数に依存する形状をしており、これをRayleigh 減衰で表すことは困難である。

より自由な減衰としてモード比例減衰がある。詳細な理論は省略するが、減衰項があってもモード分解できるということを仮定することで、各モードごとの減衰定数から減衰マトリックスを作ることができる。図-17(b)



(a) 剛性比例減衰 (b) 一定減衰

図-17 応力-ひずみ関係の比較
Fig.17 Stress-strain relationships

の応力-ひずみ関係はモード比例減衰で各モードの減衰を一定値とした解析である。

この性質を利用すれば、例えば工学的に有意な周波数帯域では物理的に意味のある減衰を、これより大きい周波数帯域ではパルスのような異常な応答を押さえるために大きな減衰を使うということで、実現象と数値計算の安定を保つ減衰が与えられると考えられる。

図-18はある周波数までは減衰を0とし、それより高振動数では大きな減衰を使って計算した結果をまとめたもので、横軸は限界となる周波数、縦軸は高振動数領域での減衰定数の大きさである。図の●は計算値でこれをひずみに関する等値線にしたものが実線で示されている。この例ではひずみが大きい方が正解に近いと判断できるわけである。

図では、境界の周波数が小さいほど、また、高振動数の減衰が大きいほどひずみの発生量は小さくなっており、高振動数成分の減衰がひずみに与える影響が明瞭である。また、条件を選べばかなり正解に近い解を得ることができることもわかる。

モード比例減衰は便利な減衰であるが、この減衰を装備している解析コードはほとんどない。従って、技術者は変位についてこのような性質があることを理解した上で結果を判断することが重要である。

6. 各種解析コード

はじめにでも述べたが、一般の技術者は多くの解析コードを使える環境にはない。そこで、この章では文献等によく見られる解析コードの特徴を示す。なお、手法の説明などは筆者が理解していることを記述しているので、原著の意図と異なっている可能性がある。手法の特徴についても同じで、筆者が重要と考えることに絞っている。

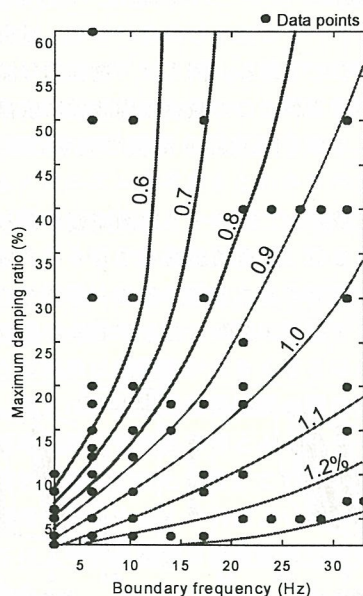


図-18 減衰定数と最大ひずみ

Fig.18 Relationships between boundary damping ratio and maximum strain

また、以下では構成モデルについての説明も行っている。構成モデルは開発した人の名前と呼ばれることも多いが、一方では、モデルの改良は頻繁に行われることもあり、それらについて特に区別をせず同じ名称で呼ばれることがあるので、注意が必要である。また、本論の記述より改良されたものが使われている可能性もある。

もう一つ注意が必要なのは解析コードの名称との対応である。特に液状化解析ではコードが一つの構成モデルしか使っていない、というか、ある構成モデルを使うために解析コードが作られていることもある。従って、解析コードと構成モデルは1対1の関係であり、どちらで呼んでも同じものを指していることがある。しかし、構成モデルは論文を参照すれば作ることもできる。また、解析コードによっては多くの構成モデルが使えるものもある。従って、構成モデルと解析コードを同一視して話をすることをすべきではないと考える。

6.1 SHAKE¹⁾

SHAKEは実務では最も多く用いられてきた解析コードであろう。その理論的背景は既に紹介した。

解析手法の特徴として、周波数領域の解析であり、系が線形であれば微分方程式の解が空間に関し解析的に得られていることが挙げられる。このため、波動を入射波と反射波に分離できることが、2.3節で述べたように、このコードの大きなメリットとなっている。さらに、動的変形特性試験で得られる動的変形特性をそのまま入力として用いることができ、その他の入力項目も少なく、また、前に述べたように、層分割のような技術者の判断力が必要な事項が結果に与える影響も少ないので、誰が解析しても同じような結果が得られるということも特徴として挙げることができる。

6.2 FDEL²⁸⁾

SHAKEの二つの欠点のうち、高振動数における増幅の過小評価を改良するための手法である。このために、高振動数成分で小さい有効ひずみを使えばよいと考え、有効ひずみを次式のように表した。

$$\gamma_{eff} = \alpha \gamma_{max} \frac{F(\omega)}{F_{max}} \quad (29)$$

ここで、 F はひずみのフーリエスペクトルで円振動数 ω の関数、 F_{max} は F の最大値である。なお、ひずみのフーリエスペクトルをそのまま用いると解が収束しない等の問題が生じることがあるので、式(29)の F は三角ウィンドウによって平滑化されている。

図-11にはFDELの結果も示されているが、SHAKEと比較してずいぶん改善されていることが分かる。また、図-12に示された点線もFDELの結果であるが、SHAKEでは異常な解となった問題も解決されている。

なお、文献²⁸⁾では α の値として0.65を推奨している。しかし、0.65を用いると最大加速度が過大評価されることは既に示した。FDELは最大加速度をSHAKEより大

大きくする方向に作用するので、SHAKEの持つこの欠点はFDELでは増幅されることになる。すなわち、FDELは大きい地震に対しては適用性はSHAKEより低いと考えられる。

6.3 DYNEQ³²⁾

FDELでは式(29)が示されているが、このような関数がなぜ必要かが示されていない。筆者は、次のように考えた。図-19は大きいひずみ振幅と小さいひずみ振幅の際の応力-ひずみ関係を模式的に示したものであるが、大きい振幅の際には剛性は小さく減衰が大きいのに対し、小さい振幅では剛性が大きく減衰が小さい。かつ、大きい振幅の振動に要する時間は小さいひずみ振幅に要する時間より長い。そこで、ひずみの時刻歴からゼロクロス法で半波の周期を求め、その波動の振幅との関係を横軸を周波数にして書いたところ、図-20のようになった。図では三つの鉛直アレーのあるサイトの結果が示されているが、ばらつきはあるものの相関はかなり高そうである。そこで、この関係を次式のように設定した。

$$\begin{cases} \gamma_{eff} = \gamma_{max} & f_p > f \\ \gamma_{eff} = \gamma_{max} \left\{ 1 - \left(\frac{\log f - \log f_p}{\log f_e - \log f_p} \right)^m \right\} & f_p \leq f \leq f_e \\ \gamma_{eff} = 0 & f > f_e \end{cases} \quad (30)$$

ここで、 f_p は最大ひずみが現れたときの周波数、 f_e は弾性挙動にいたる周波数である。図-20によるとひずみ振幅が十分小さいと考えられる0.01%に対応する周波数はおよそ数Hzである。また、有効ひずみが低振動数側で最大ひずみと同じになっているのは換算係数が1.0になっていることと対応している。

この関係はひずみの時刻歴に関して得られたものである。そこで、この関係を有効ひずみの算出、すなわち、周波数領域の有効ひずみの関係にそのままの形でマッピングできるとすれば、解析は可能になる。過去の鉛直アレーが得られている地点のシミュレーションによるSHAKEやFDELとの比較は文献³²⁾に示されているが、これらの手法と比べ格段により結果が得られている。

また、高周波成分で増幅が小さいことに関し、地震動の研究者から、減衰が大きいからであるとの指摘を得たこともある。これは、物理量としての減衰である散乱の減衰は高振動数成分ほど小さくなること、せん断定数が周波数によって変わるということは、せん断波速度が周波数に依存することになり、物理的な現象とあわない等が背景にあると考えられる。しかし、例えば、減衰に式(29)で評価される値、剛性はSHAKEと同じ値を用いた計算などを行った結果³³⁾、減衰を小さくするだけではだめで、剛性を大きく保つことが重要であることが分かった。なお、周波数に応じてせん断波速度が変わる(分散性)ということについては、有効ひずみの周波数依存は時間領域の挙動をマッピングしたために生じたものであり、物理的にそのようなせん断波速度の分散性を仮定し

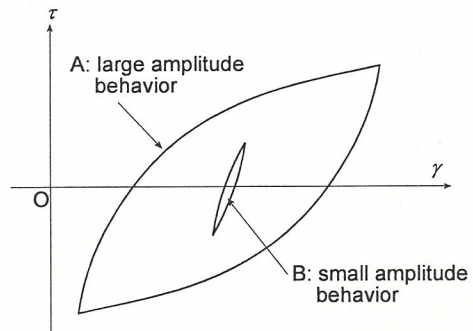


図-19 大振幅と小振幅時の応力-ひずみ関係
Fig.19 Stress-strain curve under large amplitude and small amplitude

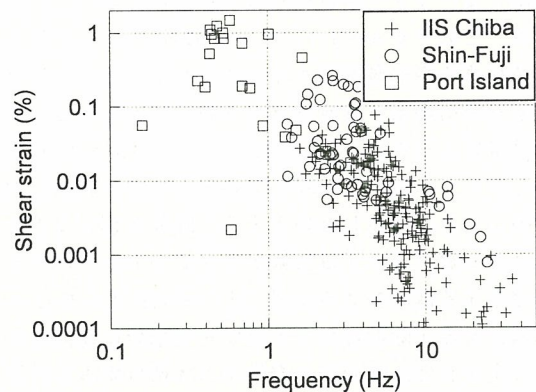


図-20 ひずみ振幅-周期関係の例
Fig.20 Relationships between shear strain amplitude and period

ているものではない。

なお、手法としてのDYNEQを装着した解析コードDYNEQがインターネットを通し無料で公開されている (<http://boh0709.ld.infoseek.co.jp/>)。このコードはSHAKEやFDELの機能を含むほか、散乱の減衰を含む各種の減衰を考慮できる等、多彩な機能を備えている。

6.4 DESRA³⁴⁾

このプログラムは、地盤の非線形解析コードとしては最も古いものであり、公開されていることから使用実績も多い。有効応力解析コードであるが、ダイレイタンスの発生をなくすることによって全応力解析も可能である。なお、以後もそうであるが、逐次積分型の非線形解析で全応力解析のみが可能というコードは実用面では少なく、ほとんどのコードは有効応力解析をベースにしており、その中でダイレイタンスの効果を考慮しないオプションを用いれば全応力解析となる。

応力-ひずみ関係には双曲線モデルが用いられている。ここで、双曲線モデルとは、式(25)を骨格曲線として、除荷、再載荷時の挙動を骨格曲線にMasing則を用いるものである。

ダイレイタンスはMartin-Finn-Seedモデル³⁵⁾で表している。このモデルでは排水単純せん断試験の1サイ

クルのひずみ振幅で発生する体積ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_{vd}$ をひずみ振幅 γ , これまでに発生した体積ひずみ ε_{vd} の関数として次のように表現している。

$$\Delta\varepsilon_{vd} = C_1\gamma - C_2\varepsilon_{vd} + \frac{C_3\varepsilon_{vd}^2}{\gamma + C_4\varepsilon_{vd}} \quad (31)$$

ここで, $C_1 \sim C_4$ はパラメータである。非排水状態の間隙水圧の上昇は, これに一次元膨潤件数 \bar{E}_r を掛け

$$\Delta u = \bar{E}_r \Delta\varepsilon_{vd} = \frac{\sigma_v'^{1-m}}{mK_2\sigma_{vo}'^{n-m}} \quad (32)$$

のように求めることができる。 m, n, K_2 はパラメータである。従って, このモデルでは液状化の発生を予測するのに7つのパラメータが必要となる。しかし, いくつかのパラメータはほぼ定数のように使われており, 実際に制御するパラメータはそれほど多くない。

なお, このモデルは1サイクルの载荷によって発生する体積ひずみや過剰間隙水圧を予測するものであるので, 地震応答解析のようなランダムな载荷に対応しているものではない。そこで, DESRAでは, 次のような考えを用いてランダム载荷を考慮している。まず, 载荷に対して体積ひずみは発生しないとす。除荷が起こるとそのサイクルにおけるひずみ振幅が分かるので, そのサイクルで発生する体積ひずみが式(31)から求められる。この体積ひずみが除荷点からのひずみの増分に比例していると仮定すれば, 除荷時に発生する体積ひずみが計算できる。

また, このモデルでは, サイクリックモビリティに伴って液状化に近くなると過剰間隙水圧の上昇率が減少するという現象を考慮できる式となっているが, 一方では1サイクルに対する定式化になっているため, サイクリックモビリティそのものは陽には考慮されていない。従って, 静的単調载荷を行えば, 応力経路が破壊線に至ったところで変形が無限大になることになる(図-21上段参照)が, 地震応答解析では無限大になる前に除荷が起こるので, 実用上は問題ない。前述のように多くの数値解析の実績があるが, サイクリックモビリティが入っていないことはそれほど大きな欠点となっていない。

最近, 筆者は, DESRAに水膜ができる現象を考慮できる機能を付け加えた³⁶⁾。これは, 過剰間隙水圧の消散の過程で上部に不透水層があるとその下に水が貯まる現象を表現するものである。

また, サイクリックモビリティが表現できない現象についても, その改良法が提案されている³⁷⁾。図-21下段にこれを示すが, 同じモデルでもランダム载荷に対する履歴法則を変えるだけで挙動が全く異なり, より現実的なモデルに近づいたといえる。

6.5 YUSAYUSA³⁸⁾

一次元の有効応力解析コードで, 主な手法はDESRAと同じである。ただし, 圧密解析では層をさらに4つに細分していること, 地震応答解析では除荷した時刻を設定した時間増分の1/12の精度で求めようとしているこ

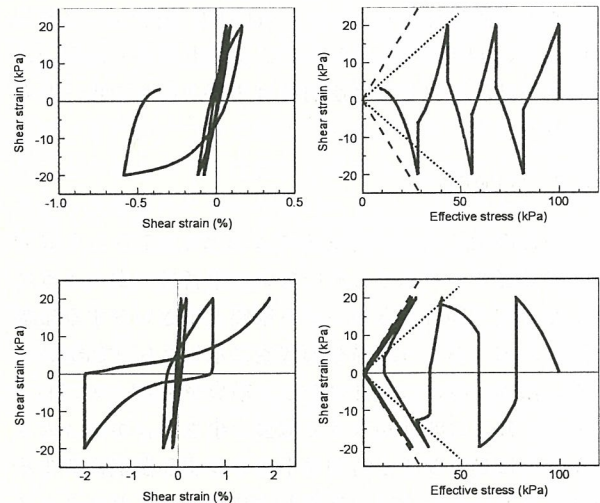


図-21 モデルの改良効果(図の破線はMohr-Coulombの破壊線, 点線は変相線)

Fig.21 Improvement of hysteresis rule.

となど改善もある。日本で最も多く用いられている非線形解析コードである。もとの解析コードは, 石原, 東畑で作成されたものである³⁹⁾が, これにRamberg-Osgoodモデルをつけ, さらにDynamic allocationを用いて層数などの制限をなくした改良を施したものを筆者のホームページ (<http://boh0709.ld.infoseek.co.jp/>) で公開している。

このコードの特徴は, 過剰間隙水圧発生予測法であり, 図-22に応力経路で示すように, 各経路を放物線, 直線, 双曲線などの式で表現している。本来, 非排水状態に対して提案されているモデルであるが, 排水が生じたとしても式が定義できることから, 見かけ上排水を考慮した解析も可能になっている。ただし, 変相線を超えるか否かで式の構成が全く異なり非可逆的であるので, 変相後大きな消散が起こりその後载荷されるような場合には適用性は低いと考えられる。

また, 当初のモデルでは応力経路が変相線を超えた後は低拘束圧に対応した強度を用いていたが, これでは変

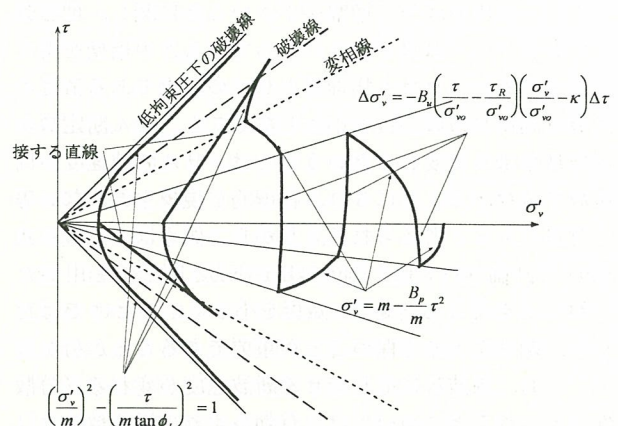


図-22 応力経路図

Fig.22 Stress path by YUSAYUSA

相前後で挙動に不連続が生ずるため、それを応力-ひずみ関係の原点をずらすことで対応していたが、現在公開されているバージョンでは変相後内部摩擦角を変えないように、修正されている⁴⁰⁾。

6.6 DYNES⁴¹⁾

DYNESは有効応力に基づく地盤と構造物に関する汎用解析ソフトSTADAS⁴²⁾より次元地震応答解析に必要な部分を切り出して作成されたもので、水平成層地盤で水平2方向と鉛直の3方向の地震動を同時に入力することができる。このソフトも筆者により無料で公開されている。汎用ソフトから切り出されてきただけあり、数値積分の手法もNewmarkのβ法、中央差分法などいくつかの手法が用意されているし、応力-ひずみ関係も、双曲線モデルやRamberg-Osgoodモデルといった地盤の解析によく用いられるものから液状化解析が可能なものまで複数のモデルが標準的に用意されている。さらに、減衰マトリックスについても、多くの地震応答解析で用いられるRayleigh減衰に加え、より自由度の高いモード比例減衰も使えるようになっている。

DYNESの機能の一つに、SHAKE同様、実験値をそのまま入力として用いて応力-ひずみ関係を作るというものがある(吉田・石原モデル)。ここでは、これについて詳細に示す。このモデルは文献⁴³⁾⁴⁴⁾⁴⁵⁾と次元から多次元に拡張されて来ている。次元解析のケースでは次のような考えでモデルが作られる。

- ① 応力-ひずみ関係は処女載荷時の関係である骨格曲線と、除荷後の関係である履歴曲線で表される。
- ② 骨格曲線はG-γ関係から作成する。すなわち、せん断応力τはGとγの積で得られるので、これら離散化された点の間を部分線形関数で補間することにより応力-ひずみ関係を作ることができる。
- ③ 履歴曲線は減衰特性を満たすように決める。すなわち、除荷後は除荷点と点対称な点に向い、履歴曲線の囲む面積が実験値の部分線形補間で得られる減衰特性と一致するという二つの条件を満たすため、パラメータを二つ以上含む任意の曲線を用いれば履歴曲線が決定できる。そのイメージは図-23のように表される。ここで、A点を除荷点とすると最初に定義したものと異なる仮想の骨格曲線を考え、これにMasing則を適用することで履歴曲線を作るわけである。原論文⁴³⁾ではパラメータが二つの双曲線モデル、三つのRamberg-Osgoodモデルが履歴曲線として用いられてきたが、実用的には双曲線モデルが多く用いられる。

このモデルでは、離散化された点として与えられた動的変形特性(G-γ, h-γ関係)を完全に満たす応力-ひずみ関係を作ることができるのが特徴である。実際のプログラムでは実験値をそのまま入力するほか、各種の実験式も用意されている。

なお、双曲線モデルを用いると除荷時の剛性もパラメー

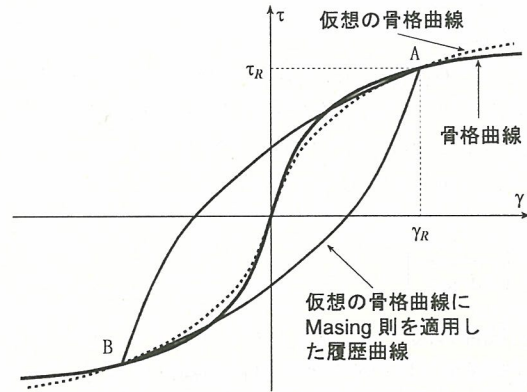


図-23 履歴曲線の決め方の模式図
Fig.23 Schematic figure of Masing rule and fictitious skeleton curve

タとしてカウントされるので、その値は減衰の大きさにより異なる。これに関し、実験値から除荷剛性定式化し、それをを用いたモデル化も可能なようにモデルが拡張されているが、従来の双曲線モデルで用いてきたものと応答はほとんど変わらないことが報告されている⁴⁶⁾。

さらに、ダイレイタンスーに関して各種の式が適用できるようにされている。この手法の特徴として、せん断変形特性とダイレイタンスー特性を全く独立に提案できることを挙げることができる。その意味では、この方法は構成モデルというより構成モデルを作る考え方を示していると捉えることができる。

6.7 MDM⁴⁷⁾

このモデルも骨格曲線と履歴曲線を別に定義することではDYNESと同じである。MDMモデルではMDM(瞬間変形係数と呼ばれている)と呼ばれる除荷時の剛性(G_{MDM})を介して骨格曲線と履歴曲線に関係を持たせようとしたのが特徴である。

HardinとDrnevichの研究⁴⁸⁾では減衰特性は次の実験式で整理できる。

$$h = h_{max} \left(1 - \frac{G}{G_{max}} \right) \tag{33}$$

彼らはこのG_{max}を除荷時の剛性G_{MDM}であると読みかえ、G_{MDM}について解くと次式となる。

$$G_{MDM} = \frac{h_{max} G}{h_{max} - h} \tag{34}$$

従って、h_{max}とひずみの関数として与えられるG, hを与えれば除荷時の剛性は決めることができる。履歴曲線では、前節の二つの条件に加え、除荷剛性も制御するので、履歴曲線には3つ以上のパラメータのあるモデルが必要で、Ramberg-Osgoodモデルを用いている。

一方、骨格曲線にもRamberg-Osgoodモデルが用いられているが、単純にこのモデルを用いるだけでは実験に適合する曲線を得ることができない。そこで、Ramberg-Osgoodモデルの弾性剛性を除荷時剛性に置き換え、次のように表す。

$$\gamma = \frac{\tau}{G_{MDM}} \{1 + \alpha \tau^{\beta-1}\} \quad (35)$$

ここで、 G_{MDM} 、 α 、 β がパラメータであるが、 G_{MDM} は式(2.11)より求めることができ、 h_{max} から、 β の値は $\beta = 2\pi h_{max}/(2 - \pi h_{max})$ として求められる。また、 α の値は次のように求められる。

$$\alpha = \left(\frac{2}{\gamma_r G_{MDM}} \right)^\beta \quad (36)$$

この関係は図-24で見るとわかりやすい。図の点線は G_{MDM} が異なるR-Oモデルの骨格曲線群である。このうち、ある曲線に着目すると、 G_{MDM} と対応するひずみにより1点が決まる。これらの点を異なるひずみ(または G_{MDM})に対してつないでいくと実線のような骨格曲線ができる。除荷時にはこの骨格曲線を図-24に示した仮想の骨格曲線として履歴曲線を作成する。

このようにすれば、入力した動的変形に近い応力-ひずみ関係を得ることができる。このモデルの説明では、等価線形法やDYNESと同じく離散化されたデータのみで解析が可能と言われることがあるが、実際にはその他に最大減衰比が入力として必要であり、その値は結果に影響する。また、除荷時剛性(MDM)は実験に裏付けられたものではなく、式(33)を拡張解釈したものである。

なお、このモデルでは、計算に用いる動的変形特性として、応力振幅一定で載荷する通常の実験⁴⁹⁾とは異なり、定ひずみ振幅試験による10サイクル目の履歴曲線を用いている。両者は、低ひずみであれば余り変わらないが、ひずみ振幅が0.1%を超えるようになると大きく異なるので、注意が必要である。すなわち、SHAKEなどの入力として用いている動的変形特性をそのまま入力データとして用いることは、モデルの考えからはずれていることになる。また、HardinとDrnevichの実験式やR-Oモデルの式で弾性剛性を除荷時剛性で置き換えているなど、通常解釈と異なるところもある。

最後に、数値積分手法としてWilsonの θ 法が用いられている。また、全応力解析のみが可能で、有効応力解析はできない。

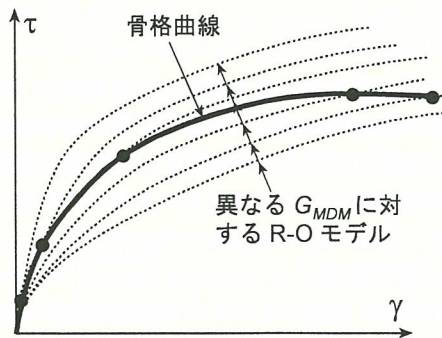


図-24 骨格曲線のイメージ
Fig.24 Schematic figure showing method to make skeleton curve

6.8 FLIP⁵⁰⁾

二次元の有効応力解析コードで、u-p形式による定式化が行われている。後述のように構成モデルが非排水条件しか扱えないことから、間隙水と土骨格の挙動を別々の要素で表し、間隙水要素に次数低減積分を適用することによってせん断変形のロッキング現象を避けている。

せん断に対する構成モデルは東畑ら⁵¹⁾によって提案された、図-25に示すように多くのばねを円周上に配置するモデル⁵²⁾である。図では縦軸がxy平面における純せん断によるせん断挙動、横軸が軸差応力によるせん断挙動に対応している。すなわち、中央点が移動すると各ばねは伸びたり縮んだりするが、その合力のx、y方向成分として純せん断と軸差せん断挙動を表すものである。

次に、ダイレイタンスーについては東畑の提案した過剰間隙水圧の発生量が塑性仕事の関数として表されると言う実験⁵³⁾を用い、非排水状態の有効応力経路を決める方法を提案している⁵⁴⁾。すなわち、非排水状態での応力経路を図-26(a)に示すようなLiquefaction frontに設定し、その最先端の位置を正規化塑性せん断仕事 w の関数として次のように表している。

$$\begin{aligned} S_0 &= 1 - 0.6 (w/w_1)^{p_1} \quad (w \leq w_1) \\ S_0 &= (0.4 - S_1) (w/w_1)^{p_2} \quad (w > w_1) \end{aligned} \quad (37)$$

つまり、過剰間隙水圧の発生量を w で制御しているわけである。液状化フロントは前進するだけであるので、このモデルでは非排水挙動しか扱うことができない。

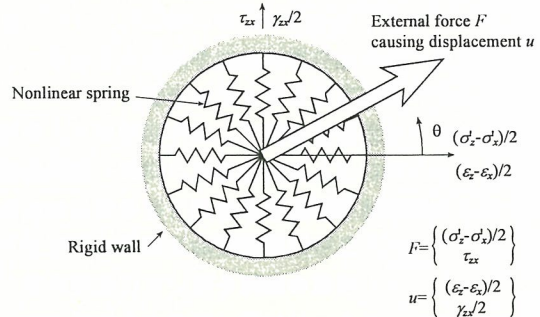


図-25 マルチスプリングモデル
Fig.25 Multi-spring model

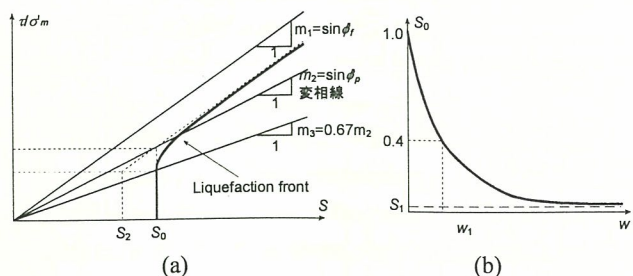


図-26 過剰間隙水圧発生モデルのイメージ
Fig.26 Excess porewater pressure model

なお、このコードは公開版⁵⁰⁾が発表されて後、式の変更を含め、多くの変更が行われており、対象構造物によって異なる式を使うということも行われている。しかし、発表物では必ずしもそのことが明瞭に記述されていないように見えるので、評価をする際には注意が必要であろう。

6.9 NAFSS⁵⁵⁾

u-w形式による定式化が行われている。構成モデルは西モデルと呼ばれる弾塑性構成則が用いられている。このモデルは、西らの単調載荷に対するモデル⁵⁶⁾を金谷らが拡張したもの⁵⁷⁾である。

本論では弾塑性構成則の詳細は説明は省略するが、弾塑性の構成則は、降伏条件と塑性ポテンシャルおよびひずみ硬化関数を定義すれば応力-ひずみ関数を求めることができ、一般の構造材料では降伏条件と塑性ポテンシャルが同じ、すなわち、関連流動則が用いられるが、土では、ダイレイタンスーを表現するためにさらに、塑性ポテンシャルと降伏条件が違う関数形を用いる非関連流動則が用いられるのが特徴である。繰返し載荷に対してはさらに履歴法則が必要であるが、硬化関数に対してMasing則を用いるものが多い。

西モデルの基礎式は以下で表される。

$$f = \eta(\sigma_{ij}) - \eta_c(\epsilon_{ij}^p) \quad \text{降伏条件} \quad (38)$$

ここで、 η は応力比、第2項の積分は次式である。

$$\sqrt{de_{ij}^p de_{ij}^p} = \frac{d\eta_c}{G_0^*(1-\eta/M_f)^2} \quad (39)$$

$$g = \frac{\ln\{a(M_m - \eta) + \eta\}}{1-a} + \ln\sigma_m \quad \text{塑性ポテンシャル} \quad (40)$$

$$h = \frac{G_0^*(1-\eta/M_f)^2}{M_m\sigma_m} \quad \text{硬化関数} \quad (41)$$

このモデルは太田・関口モデルの考えを用い応力比を定義していること、この結果として主応力回転に伴うダイレイタンスーを自動的に考慮しているのが特徴である。一般に単純に降伏関数、塑性ポテンシャル、効果関数を定義しただけでは、変相後、サイクリックモビリティを示したとたんに履歴曲線が定常化してしまうという特徴があり、液状化の構成則としては好ましくない。そこで、色々に履歴の影響を考慮し、定数に見えるような項を変化させより劣化しやすいようにすることが液状化解析用の弾塑性構成則では普通に行われる。例えば、西モデルでは塑性剛性 G_0^* を

$$G_0^* = G_{0i}^* \exp\left\{\beta \ln(G_{0i}^*/G_{0i}^*) \sqrt{2I_2}\right\} \quad (42)$$

と表しており、これもこのモデルの特徴となっている。

6.10 LIQCA⁵⁸⁾

u-p形式に基づく定式化が行われているが、水圧に関してはChristian流⁵⁹⁾の要素で水圧を規定する方法が用

いられ、透水現象は差分⁶⁰⁾が用いられている。

構成モデルには岡らの提案する弾塑性構成則が用いられている。LIQCAで用いられるモデルの基本形状は次の形である。

$$f = \bar{\eta}_{(n)} - k_s \quad \text{降伏条件} \quad (43)$$

$$f_b = \bar{\eta}_{(n)} - \tilde{M} \ln\left(\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{ma}}\right) \quad \text{塑性ポテンシャル} \quad (44)$$

$$k_s = \frac{\bar{\eta}_{(f)} G \bar{\gamma}^p}{\bar{\eta}_{(f)} + G \bar{\gamma}^p} \quad \text{硬化関数} \quad (45)$$

ここで、 $\bar{\eta}$ は応力比、 \tilde{M} は変相時の応力比である。効果関数は双曲線型をしている。

LIQCAでも履歴の影響を塑性偏差ひずみの蓄積量や最大ひずみの関数として取り込んであり、多くの提案モデルが使われている⁵⁸⁾。

6.11 STADAS⁴²⁾

筆者が開発した、地盤と構造物に関する汎用解析コードでは、静的解析から動的解析まで幅広い解析を行うことができる。この解析コードにおいて、Biotの式の有限要素化にはLIQCAと同様な方法が用いられるが、透水の定式化にあたっては慣性力の効果を考慮するなど、より厳密な式が使われている。また、過剰間隙水圧の消散の過程で透水係数の小さい層の下に水が溜まる現象を間隙に水を入れることのできるジョイント要素³⁶⁾で考慮することができるようになっている。

構成モデルも複数のモデルが使用可能となっており、その一つは既に6.6節で紹介した。ここでは、弾塑性構成則を紹介する。このモデルは飛田と吉田により提案されたものである⁶¹⁾。

$$f = \sigma_e - \alpha_M p = 0 \quad \text{降伏条件} \quad (46)$$

$$\alpha_M = \frac{\sigma_e}{p}$$

また、塑性ポテンシャルはせん断に関する関連流動則と一般化応力-ダイレイタンスー則

$$d\epsilon_{vd} = \mu de^p - \frac{s_{ij}}{\sigma'_m} de_{ij} \quad (47)$$

より定義され、結果的に非関連流動則となっている。最後に、単調載荷時の硬化関数は次式で表されている。

$$\alpha_M = \frac{\xi}{A+B\xi} \quad (48)$$

一方、除荷、再載荷時には単調載荷時と異なる履歴法則が用いられており、ダイレイタンスーの発生量などを細かく制御できるようにしているのが特徴である。

7. おわりに

本論では、地盤の地震応答解析について、基本的な考え方から解決できていない所、使うに際して注意すべき所などを示した。そのまとめとして次のようなことを挙げる事ができよう。

(1) 材料特性と試験法

土の挙動は複雑であり、一つの試験で全ての挙動を把握することは不可能であることから、必要な量を求めるために色々な試験が行われている。しかし、地震の分野に関し現在行われている動的変形特性試験はSHAKEのような等価線形解析をターゲットにしたものであり、また液状化強度試験は液状化の発生の有無を調べることを目的として作られてきたものである。これらは、小さいひずみから大きいひずみまでの挙動を地震応答解析や液状化解析で求めようとする目的から見ると不十分なものであり、数値計算の進歩に伴った新しい試験法の開発が必要である。

(2) 解析の有効性

地盤工学会では15年ほど前に二度にわたって液状化解析コードの一斉解析を行った⁶²⁾⁶³⁾。このときは、他の解析者の結果を見ながら計算を行える状況であったが、いくつかのコードによる解析結果は非常にばらつき、とても同じ地盤や構造物を解析した結果として見るができなかった。この解析では解析の精度を実証するようなターゲットはなかったので、差があるという認識で終わった。しかし、その後、各種の構造物は地盤の遠心力載荷試験をブラインドテスト⁶⁴⁾した結果では、全ての対象に対し良い結果を与えたプログラムはなく、また全てのプログラムが良い結果を与えた構造物もなかったという結果となった。筆者はその後もういくつかの一斉解析を経験してきているが、解析結果がばらつくというのは当たり前のものであり、最近では、一斉解析を行って差があることを強調するのは実用化の発展を閉ざしてしまう可能性があるとおそれるようになってきた。なお、このようにコードによって結果がばらつくことは液状化解析のみに起こっているのではなく、全応力解析でも状況は変わっていない⁶⁵⁾。

このような状況は今でも変わっていないと考えている。しかし、論文等では解析が実現と良くあったという発表がほとんどであるので、このような比較解析がなければ一般の技術者がこのようなことには気がつかないであろう。

一方では、最初の一斉解析⁶²⁾よりモデルが進歩したと考えられることもある。それは、解析結果を調整することができるようになったことである。例えば一斉解析で最初にブラインド解析を行い、その後結果を示すと、一度目は相当違っている結果がある程度修正されてくるというようなことが出てくるようになったわけである。もちろん、例外もある。説明できるようになったのは主としてメカニズムであり、変位の予測などについては依然として解析コードにより10倍程度の差がある(例えば文献⁶⁶⁾)。

まえがきでも述べたが、通常の技術者は多くの解析コードを使える環境にはない。その中で重要なことは、多く

の解析をこなすことであると筆者は常々発言してきている。現在では解析可能な実験や観測記録も公開されることが多く、また、解析の論文では原則として解析に必要なデータは載っている。従って、ターゲットも少なからずあるので、これらのシミュレーションを行い経験を積み重ねることで、未知の問題に対する予測の精度を上げることができる。

(3) 地震応答解析の精度

地震応答解析に関する論文を読むと、解析結果の定量的な評価が案外されていないことに気付く。最大加速度程度は比較されているが、それ以外は何となく波形が発生しているとか、液状化が発生したとか、かなり曖昧な評価、幅の広い許容値のある評価などが行われていることが多い。筆者は以前、最大加速度が実験値の1/4程度であるのに、合っていると結論づけている論文の著者に質問したことがあるが、その際の答えは、振動の問題では周波数特性が大事で、それが説明できているという返事であった。これが評価として妥当か否かの評価は別として、一般の論文でも良い結果の部分のみを評価し、悪いところは書かれていない可能性もある。

このようなことを考えると、地震応答解析の結果を定量的に評価するための手法が必要ではないかと考えている。前述のように、現状では完全なシミュレーションを行うことは不可能である。とすれば、技術者はほしい結果に対する精度があるかということが気になるわけではあるが、地震応答解析の結果のうちどの応答が重要かということは結果を使う技術者によって異なる。従って、一つの指標で解析結果の評価をすることは不可能である。地震応答解析の結果を定量的に評価するような指標の確立が望まれる。

参 考 文 献

- 1) Schnabel, P. B., Lysmer, J. and Seed, H. B.(1972): SHAKE A Computer program for earthquake response analysis of horizontally layered sites, Report No. EERC72-12, University of California, Berkeley
- 2) Zienkiewicz, O. C. (1971): The finite element method in engineering science, McGraw-Hill
- 3) 戸川隼人 (1975): 有限要素法による振動解析, サイエンスライブラリー情報電算機33, サイエンス社
- 4) Lysmer, J. and Kuhlemeyer, R. L. (1969): Finite Dynamic Model for Infinite Media, Journal of Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 95, No. EM4, pp. 859~877.
- 5) Joyner, W. B. (1975): A Method for Calculating Nonlinear Response in Two Dimensions, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 65, No. 5, pp. 1337~1357.

- 6) Clough, R. W. and Penzien, J. (1975): Dynamics of Structures, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo
- 7) 田中 勉, 吉田 望, 亀岡裕行, 長谷川豊 (1983): 地中構造物の多入力解析, 第38回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第1部, pp. 49~50.
- 8) Nigam, N. C. and Jennings, P. C. (1964): Calculation of Response Spectra from Strong Motion Earthquake Records, BSSA, Vol. 59, No. 2, pp. 909~922.
- 9) 大崎順彦 (1994): 新・地震動のスペクトル解析入門, 鹿島出版会
- 10) Frank, A. D., Garg, V. K. (1984): Dynamic response by numerical methods, Advanced Dynamics Modeling and Analysis, pp. 198~229
- 11) 酒井久和, 吉田 望, 澤田純男 (2004): 非線形地盤震動解析における時間積分法の誤差, 構造工学論文集 (投稿中)
- 12) 田蔵 隆, 佐藤正義, 清水勝美, 小山和夫, 渡辺修 (1987): 地層分割数および有効ひずみ換算係数が地盤の非線形地震応答解析結果に及ぼす影響度に関する基礎的検討, 第22回土質工学研究発表会, pp. 655~658.
- 13) 吉田 望 (1999): 液状化解析の基礎方程式, 液状化メカニズム・予測法と設計法に関するシンポジウム発表論文集, 地盤工学会, pp. 52~59.
- 14) 吉田 望, 辻野修一 (1989): 液状化解析における非排水条件仮定の有効性, 第44回土木学会年次学術講演会講演概要集, 第3部, pp. 644~645.
- 15) 王 均, 佐藤正行, 吉田 望 (1998): 昭和大橋サイト矢板護岸被害の有効応力解析, 地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム発表論文集, 地盤工学会, pp. 257~262.
- 16) 地盤工学会 (2000): 土質試験の方法と解説—第一回改訂版—, 902pp.
- 17) Yoshida, N. (1995): Processing of strain dependent characteristics of soil for nonlinear analysis, Proc., First International Conference on Earthquake Geotechnical Engineering, Tokyo, pp. 473~478.
- 18) Yoshida, N. (1996): Initial stress effect on response of level ground, Proc, 11th WCEE, Acapulco, Mexico, Paper No. 1023
- 19) 岩崎敏男, 常田賢一, 吉田清一 (1980): 沖積粘性土の動的変形特性・強度特性について, 第15回土質工学研究発表会, pp. 625~628.
- 20) 日下部伸, オンライン地震応答実験による地盤の動的挙動に関する実験, 1996
- 21) 田蔵 隆, 佐藤正義, 清水勝美, 小山和夫, 渡辺修 (1987): 地層分割数および有効ひずみ換算係数が地盤の非線形地震応答解析結果に及ぼす影響度に関する基礎的検討, 第22回土質工学研究発表会, pp. 655~658.
- 22) Ohsaki, Y. (1982): Dynamic nonlinear model and one-dimensional nonlinear response of soil deposits, Research Report 82-02, Dept. of Architectural Faculty of Engineering, University of Tokyo
- 23) Katayama, I., Ozeki, K., Yamaya, A., Seshimo, Y., Jeong, Y. W. and Suzuki, H. (1992): Non-linear free-field soil response analysis of a vertical array data, Proc. 4th Japan-U.S. Workshop on Earthquake Resistant Design of Lifeline Facilities and Countermeasure for Soil Liquefaction, Technical Report NCEER-92-0019, NCEER
- 24) 岩崎敏男, 川島一彦, 龍岡文夫 (1980): 地盤の地震応答に及ぼす土の非線形性の影響, 土木技術資料, Vol. 22, No. 12, pp. 27~32.
- 25) 国生剛治 (1982): 土の動的変形特性と地盤の非線形振動応答, 電力中央研究所報告No. 301, pp. 207~240.
- 26) Finn, W. D. L., Martin, G. R. and Lee, M. K. W. (1978): Comparison of dynamic analyses for saturated sands, Earthquake Engineering and soil dynamics, GED, ASCE, Vol. 1, pp. 472~491.
- 27) 吉田 望 (1994): 実用プログラム SHAKE の適用性, 軟弱地盤における地震動増幅シンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp. 14~31.
- 28) 杉戸真太, 合田尚義, 増田民夫 (1994): 周波数特性を考慮した等価ひずみによる地盤の地震応答解析法に関する一考察, 土木学会論文集, No. 493/III-27, pp. 49~58.
- 29) 上島照幸, 中園直秀 (1996): 「歪の周波数特性を考慮した等価線形化手法」の羅東地点地震データへの適用, 土木学会第51回年次学術講演会, 第III部門, pp. 408~409.
- 30) 清田芳治, 萩原庸嘉, 青柳隆之 (1993): 地盤のひずみ依存性を考慮したモード別等価線形地震応答解析手法 その3 微小加速度レベルにおける地盤の減衰性の検討, 日本建築学会学術講演概要集 (関東), 構造I, pp. 217~218.
- 31) 吉田 望 (1998): 有効応力解析は実現現象をシミュレート出来るか, 建築基礎の設計施工に関する研究資料4, 液状化地盤における基礎設計の考え方, 日本建築学会構造委員会基礎構造運営委員会編, 日本建築学会, pp. 47~92.
- 32) Yoshida, N., Kobayashi, S., Suetomi, I. and Miura, K. (2002): Equivalent linear method considering frequency dependent characteristics of stiffness and damping, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 22, No. 3, pp. 205~222.

- 33) 末富岩雄, 吉田 望 (1996): 一次元等価線形解析における減衰の周波数依存性の考慮に関する一検討, 第31回地盤工学研究発表会講演集, pp. 1119~1120.
- 34) Finn, W. D. L., Byrne, P. L. and Martin, G. R. (1976): Seismic response and liquefaction of sands, J. GED, ASCE, Vol. 102, No. GT8, pp. 841~856.
- 35) Martin, G. R., Finn, W. D. L., and Seed, H. B. (1975): Fundamentals of Liquefaction under Cyclic Loading, FED, ASCE, Vol. 101, No. GT 5, pp. 423~438.
- 36) Yoshida, N. and Finn, W. D. L. (2000): Simulation of liquefaction beneath an impermeable surface layer, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Elsevier, Vol. 19, No. 5, pp. 333~338.
- 37) 吉田 望 (1996): 既往の過剰間隙水圧発生モデルの液状化解析への適用, 第31回地盤工学研究発表会講演集, pp. 999~1000.
- 38) 吉田 望, 東畑郁生 (2003): YUSAYUSA-2, SIMMDL 2 理論と使用法 (改訂版 Version 2.10), <http://boh0709.infoseek.livedoor.com/>
- 39) Ishihara, K. and Towhata, I. (1982): Dynamic response analysis of level ground based on the effective stress method, Soil Mechanics - Transient and Cyclic Loads, Pande, G. N. and Zienkiewicz, O. C. ed., John Wiley and Sons, pp. 133~172.
- 40) 吉田 望, 規矩大義, 東畑郁生 (1999): 有効応力解析プログラムYUSAYUSAの改良, 第34回地盤工学研究発表会講演集, pp. 2105~2106.
- 41) 吉田 望 (2003): DYNES3D A computer program for dynamic response analysis of level ground by effective stress-nonlinear method, Version 2.41, <http://boh0709.ld.infoseek.co.jp/>
- 42) Yoshida, N. (1993): STADAS, A computer program for static and dynamic analysis of ground and soil-structure interaction problems, Report, Soil Dynamics Group, The University of British Columbia, Vancouver, Canada
- 43) Ishihara, K., Yoshida, N. and Tsujino, S. (1985): Modelling of stress-strain relations of soils in cyclic loading, Proc. 5th International Conference for Numerical Method in Geomechanics, Nagoya, Vol. 1, pp. 373~380.
- 44) 吉田 望, 辻野修一, 石原研而 (1990): 地盤の1次元非線形解析に用いる土のせん断応力-せん断ひずみ関係のモデル化, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (中国), pp. 1639~1640.
- 45) 吉田 望, 辻野修一 (1993): 多次元解析に用いる簡易な構成則, 第28回土質工学研究発表会平成5年度発表講演集, pp. 1221~1224.
- 46) 吉田 望, 澤田純男, 竹島康人, 三上武子, 澤田俊一 (2003): 履歴減衰特性が地盤の地震応答に与える影響, 土木学会地震工学論文集, Paper No. 158
- 47) 熊崎幾太郎, 杉山 武, 上田 稔, 長谷川英明 (1998): 瞬間変形係数のひずみ依存性を考慮した履歴モデル, 土木学会第53回年次学術講演会, 第三部, pp. 176~177.
- 48) Hardin, B. O. and Drnevich, V. P. (1972): Shear modulus and damping in soils: design equations and curves, Proc. of the American Society of civil engineers, Vol. 98, No. SM7, pp. 667~692.
- 49) 地盤工学会 (2000): 土質試験の方法と解説-第1回改訂版-
- 50) 沿岸開発技術研究センター (1997): 液状化による構造物被害予測プログラムFLIP取扱説明書
- 51) Towhata, I. and Ishihara, K. (1985): Modelling soil behavior under principal stress axes rotation, Proc. 5th International Conference for Numerical Method in Geomechanics, Nagoya, Vol. 1, pp. 523~530.
- 52) Iai, S. (1991): A strain space multiple mechanism model for cyclic behavior of sand and its application, Earthquake Engineering Research Note No. 43, Port and Harbor Research Institute, Ministry of Transport, Japan
- 53) Towhata, I. and Ishihara, K. (1985): Shear work and pore water pressure in undrained shear, Soils and Foundations, Vol. 25, No. 3, pp. 73~84.
- 54) 井合 進 (1988): 液状化の二次元有効応力解析において破綻しない為の工夫をした一つのモデル, 土木学会第43回年次学術講演会, 第3部, pp. 418~419.
- 55) 西 好一, 金谷 守, 大波正行 (1989): NAFSSによる解析, 地盤と土構造物の地震時の挙動に関するシンポジウム発表論文集, pp. 114~123.
- 56) Nishi, K. and Esashi, Y. (1978): Stress-strain relationship of sand based on elasto-plastic theory, Proc., JSCE, No. 280, pp. 111~122.
- 57) 金谷 守, 西 好一, 当麻純一, 大波正行 (1994): 有効応力に基づく地盤の非線形解析手法の開発とその検証, 土木学会論文集, No. 505/III, pp. 49~58.
- 58) LIQCA 2 D 01 (2001年公開版) 資料, 液状化解析手法LIQCA開発グループ, 2002
- 59) Christian, J. T. and Boehmar, J. W. (1968): Plane strain consolidation by finite elements, Proc. ASCE, Vol. 96, No. SM4, pp. 1435~1457.
- 60) 赤井浩一, 田村 武 (1976): 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析, 土木学会論文報告集, 第269号, pp. 95~104.
- 61) Tobita, Y. and Yoshida, N. (1994): An isotropic

- bounding surface model for undrained cyclic behavior of sand: Limitation and Modification, Proc., International Symposium on Pre-failure Deformation Characteristics of geomaterials, Sapporo, pp. 457~462.
- 62) 石原研而 他 (1989) : 地盤および土構造物の有効応力解析, 「地盤と土構造物の地震時挙動」に関するシンポジウム発表論文集, 土質工学会, pp. 50~136.
- 63) 井合進 他 (1993) : 液状化に関する一斉解析, 地盤の液状化対策に関するシンポジウム, 土質工学会, pp. 77~190.
- 64) Arulanandan, K. and Scott, R. F. ed (1993) : Proc. International Conference on the verification of Numerical Procedures for the Analysis of Soil Liquefaction Problems, Davis, California
- 65) Midorikawa, S. (1992) : A statistical analysis of submitted predictions for the Ashigara Valley blind prediction test, Proc., Int. Symp. On the Effect for the Surface Geology on Seismic Motion, Odawara, Japan, Vol. 2, pp. 65~77.
- 66) 地震工学委員会レベル2地震動による液状化研究小委員会活動成果報告書, 土木学会, 2003, pp. 81~86.