

# 河川構成要素の自然度評価の試み

大野 博之

## The Naturalness Assessment from the Point of View of River Landscape Elements

Hiroyuki Ohno

### Abstract

Fractal objects such as coastline, river network and mountain surface are often found out in nature. Detection and estimation of regularity about landscape geometry utilizing fractal enable us to obtain objective and reasonable method in landscape design.

The size distribution of stones or trees has shown the fractal distribution, and the location of stones or trees and the waterlines have been described by fractal geometry. Using this fractal property of river landscape elements, there is a possibility of the naturelness assessment from the point of view of their elements.

The author examined the difference between the natural elements and the artificial elements, utilizing fractal concept.

There is a difference between the natural aspects and artificial aspects for stones or trees, utilizing the fractal property and Hopkins-Skellam Index. And, the fractal dimensions for waterline and river channel are influenced by the river constructions. Through this study, it is suggested the assessment method of naturalness for the river landscape elements.

KEY WORD : estimation of naturalness, fractal property, river landscape elements

### 要 旨

海岸線の形状、河川の分岐や山肌の形状など、自然に見られる形はフラクタルである。このフラクタルを利用して、自然景観の持つ「かたちの法則性」を見い出し、評価することにより、これまで主観的であった景観設計への客観的・合理的指針を得ることが可能となる。

自然河川を構成している水際線の形状、河岸の樹木や河床の石の配置・大きさにフラクタル性が見られることを示されている。これに対して、人工河川との違いがフラクタル特性から認められるのであれば、構成要素の“自然らしさ”を評価することが可能となってくる。

本論文では、樹木や石の配置・大きさ、水際線や滯筋の形状にみられるフラクタル性について、自然物と人工物との比較検討を行った。

その結果、樹木や石については、フラクタル性とホプキンス・スケラム指数を用いて、自然物と人工物の違いを明らかにすることができた。さらに、水際線や滯筋については、人の手が加わることで、フラクタル次元が変化することが示された。これにより、河川構成要素の自然度に関する評価が可能となる。

キーワード：自然度評価，フラクタル性，河川構成要素

## 1 まえがき

「春さき岸に沿うて無心に歩いて見る楽しさは、寧ろこの切れ切れの土工が、岡や林を繋いでくれた御陰であり、堤防は元来がそういふ形のものであった。それが新しい水利事業になると、あまりにも論理を一貫する。幅や高さを揃へぬと承知が出来ず、真直ぐに通つて居ないと間違ひかと思はれやすい。さうしてほんの頬白がとまるほどの茨藪を残しても、早統一は破られるらしいのである。是にも無論壮快な大きな構図が掲げられて居るが、しかしどうしても地形が単調になり、且つ個性の乏しくなつて行くことは損失と言つてよからう。」と柳田國男<sup>1)</sup>が雑誌「東陽」(昭和11年8月)に述べたごとく、これまでの河川景観は画一的なものとなりがちであり、そのために河川景観も自然らしさの残らない画一的なものとなりがちであった。

近年はこれに対して、多自然型川づくりやふるさとの川整備事業などにみられるように地域の特徴や自然の特性を活かした河川景観の保全・創出の試みが行われるようになってきた。このように河川の持つ自然の安らぎや親水空間としての役割が見直されるようになってくると、自然の多様性を取り入れた有機的な空間の創造が必要となる。こうした有機的空間の創造には、自然が本来有している特性をうまく取り入れることが重要になる。

しかしながら、自然の持つ特性が十分に理解されていない現状においては、できあがった河川構造物がどれくらい“自然らしい”のかを客観的に評価することは難しい。これは、河川景観を構成する要素について、自然の保全された度合いや自然の創出の程度を知る客観的な方法がないことにも一つの原因がある。

人に安らぎを与えるような自然空間は、景観的にも複雑なようであるが何らかの法則性を示す可能性が高い。自然空間の形の規則性は、マンデルブローが示したフラクタルの概念を用いた仮想世界の描写に示されるように、フラクタル的な特徴を随所に含んでいる。関他(1995)<sup>2)</sup>が、河川を構成する要素の内、水際線形状、河床の石の配列・大きさにはフラクタルの特徴がみられることを示したのもこの点を裏付けている。これに対して、自動車などに代表される人工物の多くは、フラクタルの特徴である自己相似性や階層的偏りはみられない。

本論文では、河川を構成する要素の客観的な自然度評価を行うことを目的に、フラクタルの導入を試み、人工物と自然らしいものとの違いを明らかにできたのでここに報告する。

## 2 従来の河川の自然度の評価

これまでの自然度評価の方法は、植生自然度や淡水魚による自然度評価に代表されるように、土地開発の状況や水質などの各種の汚染の度合いを判断する材料として提案されたいわゆる“指標生物”と呼ばれるものを用いたものが多い<sup>3)</sup>。

例えば、河川の自然度では淡水魚類別に自然度を指数化する方法が用いられる。清流域にすむ淡水魚類はわずかな環境変化でも死滅する。そのため河川の純淡水魚類の種類の多さと生存量は、その河川の自然度、特に水質をはかるための重要な指標となると考えられている(表-1参照)。

この指標生物を用いた評価は、自然の中に存在する生物の本来の姿を想定し、人の手が加わることによる変化を基準として評価する方法である。この方法は簡便に実施できるものが多く、汚染度をみる上で広く用いられているが、あくまでも水質や土壌の観点であり、景観の自然らしさをみるものとは異なる。また、その場の風土など地域固有の自然を評価することはその目的となっていない。

一方、景観に関しては、その“自然らしさ”も含め景観の善し悪しをSD法やマグネチュード法などと呼ばれる“計測された数値による段階表示”で評価することが広く用いられている。これは、人間の主観的な感じ方を何段階かの数値に表して評価する方法であり、景観の善し悪しを総合的に評価するには有効である。しかしながら、皆川他(1996)<sup>4)</sup>が示したように、景観は人工的に形作ったものであっても緑が含まれていると“自然らしさ”が高く評価されることから、こと自然度に関するものは適切なものとなっていない。また、被験者が必要となり、手間と時間を要する手法でもある。

景観においては、景観を構成している要素の大きさ、配置、形状、色彩などの“自然の程度”がわかれば、その景観の自然度を評価することは可能となるはずである。関他(1995)は、自然景観を構成する要素にフラクタル性が成り立つことを示している。この景観の自然度評価の客観的な手法として、ここでは自然の持つ“フラクタル性”を利用することを試みた。

## 3 河川構成要素のフラクタル

### 3・1 フラクタルとは

カオスとして捉え所がなく、科学の対象とはならないとされてきたもの、例えば、「雲がどうしてもあのような

表-1 指標生物を自然度評価の基準にする方法の例

Table 1 Examples of the estimation of naturalness using the indicator organisms

<植生自然度区分概要>

植生自然度	概要	備考
①	市街地、造成地	植生のほとんどが残存しない地区
②	農耕地(水田、畑地)	水田、畑地等の耕作地、緑の多い住宅地(緑被率60%以上)
③	農耕地(樹園地)	果実園、桑園、茶畑、苗圃等の樹園地
④	二次草原(背の低い草原)	シバ群落等の背丈の低い草原
⑤	二次草原(背の高い草原)	ササ群落、ススキ群落等の背丈の高い草原
⑥	造林地	常緑針葉樹、落葉針葉樹、常緑広葉樹等の植林地
⑦	二次林	クリ-ミズナラ群落、クヌギ-コナラ群落等、一般には二次林と呼ばれる代替植生地区
⑧	二次林(自然林に近いもの)	ブナ、ミズナラ再生林、シイ・カシ萌芽林等、代替植生であっても、特に自然植生に近い地区
⑨	自然林(極相林またはそれに近い群落構成を示す天然)	エゾマツ-トドマツ群集、ブナ群集等、自然植生のうち多層の植物社会を形成する地区
⑩	自然草原(自然草原・湿原)	高山ハイデ、風衛草原、自然草原等、自然植生のうち単層の植物社会を形成する地区(⑨、⑩は自然性の高さにおいて同じランク)

「(財)ダム水源地環境整備センター(1994):水辺の環境調査,技報堂,p.396」より

<土壌動物群による自然度の判定法>

A	ザトウムシ	アリズカムシ	○×5=□	合計 □ (土壌よ 動物自 然度)
グ	コウガイビル	コムカデ		
ル	陸貝	ヨコエビ		
プ	ヤスデ	イシノミ		
		ジムカデ	ヒメフナムシ	
B	カニムシ	ワラジムシ	○×3=□	
グ	ミミズ	ゴミムシ		
ル	ナガコムシ	ゾウムシ		
プ	オオムカデ	甲虫(幼虫)		
	イシムカデ	カメムシ		
	シロアリ	カマドウマ		
	ハサミムシ	ゴキブリ		
C	トビムシ	ハエ・アブ(幼虫)	○×1=□	
グ	ダニ	ヒメミミズ		
ル	クモ	アリ		
プ	ダンゴムシ			
	ハネカクシ			

評価手順

- ①50cm×50cm正方形の調査枠を設定し、深さ10cmぐらいまで掘りとり、土壌の中の動物の種類を判別する。
- ②表の中の動物群名のうち出現したものを抽出する。
- ③A B Cそれぞれの動物群数に定数(5, 3, 1)をかけた値を出す。
- ④これらを合計する。  
全ての動物群が出現するとその値は100になり、人間により極度に破壊された場合は0に近くなるはずである。

「(財)日本自然保護協会(1994):指標生物-自然をみるものさし-,平凡社,pp.252~257」より

<淡水魚からみた自然度指数>

指数A	非常に良い環境	イワナ ヤマメ	アユ トゲウオ類 カジカ類
指数B	良い環境	ホトケドジョウ カマツカ タナゴ類 (淡水産二枚貝)	ウグイ カワムツ スナヤツメ ウナギ
指数C	やや良い環境	シマドジョウ アブラハヤ ハゼ類 〔ヨシノボリ〕 ウキゴリ チチブ	オイカワ ナマズ タモロコ メダカ
指数D	注意を要する環境	フナ類 カダヤシ	ドジョウ モツゴ

「(財)日本自然保護協会(1994):指標生物-自然をみるものさし-,平凡社,pp.278~283」より

形をしているのか?」「人の毛細血管はどうしてあのような形になるのか?」などわかりそうでわかっていないことが我々の身の回りには沢山ある。

また、これまでの科学は、単位成分に分解することで周りに起きる現象、例えば、材料の力学挙動や大気の動きを解明してきた。これはこれでものの大枠の現象を捉えることに役立ってきたが、それは平均的なものの理解であり偏った現象の理解には役立ってこなかった。

例えば、「どうして石油が中東、特に湾岸地域に多いのか?」「どうしてこの地域だけに雹が降ったのか?」など、平均的なものの考え方(微分や積分を用いるものの考え方といってもよい)では捉えられない現象も沢山ある。

フラクタル(Fractal)は、Mandelbrot (1983)<sup>9)</sup>が作った造語であり、部分と全体との関わりで扱うことのできる図形、構造、現象、分布を指す言葉で、その概念は、複雑な現象や偏った現象を解明する道具として用いることができる。さらに、この概念は、階層的偏りのある構造を示すことに、その特徴を有している。

近年のコンピューター技術の発達とともに、このフラクタルを用いて、仮想空間での自然現象を描写しようという試みが盛んに行われている。例えば、図-1に示すような仮想の山並みをコンピューターグラフィックスで表現することがフラクタルの概念を用いると簡単にできる。これは写真を読み込んだものではなく、山肌のフラクタル特性をCGに用い少ないデータで表現したものである。従来、このような細かい描写を行うためには膨大



図-1 フラクタルの概念を用いて描いたガウスの丘  
(マンデルブロー (1983) より)

Fig. 1 Gaussian hills utilizing fractal concept  
(after MANDELBROT (1983))

なデータが必要であったが、少ないデータですむようにしたのがフラクタルの利用である。

特に、最近では、こうしたフラクタルの概念の発達により、画像の圧縮が容易になり転送がしやすくなったり、画像の解像度をほぼ無限にすることができ、部分を拡大しても像がボケないようにすることができるようになった。このことは、画像処理技術においては画期的なことである。

ただし、色彩に関しては、人間が任意に色付けをしていき、フラクタルの概念はそこに入っていない。この図-1の場合は、あくまでも幾何的な形状のみであることを念頭に置く必要がある。

このような描写を可能にする指数が、「フラクタル次元」と呼ばれるものであり、この指数とわずかな座標データで自然現象などを描写する。フラクタル次元は、このような形状の細部を表現したり、空間的な偏りを表現するときに必要となる指数である。

このフラクタル次元には対象とする要素により、容量次元、情報次元、大きさのフラクタル次元など様々なものがある。こうした次元は、大野・小島 (1993)<sup>6)</sup>が示したように同じ対象物でもその成因や過程によって異なり、それぞれ地域などの固有の特性を持つ。このような次元の違いは「フラクタル特性の違い」と呼ばれている。

### 3・2 フラクタル解析

フラクタル性が成り立つことを検証し、フラクタル性の成立を基に、そのフラクタル次元を求めることをフラクタル解析と呼ぶ。

フラクタル解析は、対象とする要素によってそれぞれ異なった手法がとられ、手法の数だけ次元が存在する。ここでは、河川の構成要素として、河床の石、河岸等の樹木、水際線、滯筋といったものを取り上げる。

フラクタル解析にはいくつかの方法があるが<sup>7)</sup>、ここでは関根 (1995)の示した手法を用い、石や樹木については、その中心点の配列、表面形状を含めた配列をボックスカウンティング法により、その大きさを円近似したときの半径の累積分布を用いた分布関数法により、各フラクタル次元を求める(図-2(a))。また、水際線については、ディバイダー法により凹凸形状の容量次元を、滯筋については、ボックスカウンティング法により滯筋パターンの容量次元を求めた(図-2(b))。

なお、フラクタル解析を行う場合、両対数グラフ上でデータを取り扱う。両対数グラフ上でデータを取り扱う場合、グラフ上の点のばらつきが大きくても相関係数は0.90以上の絶対値をとることが多い。通常、0.90以上の

相関係数となれば、そのデータは回帰直線に良くフィティングしているが、両対数グラフ上では、ばらつきがまだ大きく、良くフィティングするのは経験上0.99以上の絶対値の時の相関係数である。こうしたフィティングの善し悪し（相関性の善し悪し）は、フラクタル性の成立の判断材料となる。経験上、表-2(a)のような相関性が見られ、これより、フラクタル性の成立具合を判断することとした。さらに、配列のフラクタル次元や大きさのフラクタル次元の特徴として表-2(b)のような関係が成立する。

フラクタルの特徴の一つは階層的な偏りであるが、これを表すものとしてフラクタル次元が存在する。一方、フラクタル理論が示される以前から、偏りを示す指標として、Hopkins & Skellam (1954)<sup>9)</sup>によってホプキンス・スケラム指数 (Hopkins-Skellam Index略して H. S. I) が提案されていた。

この指数は、ある対象となる点（対象点）の分布が、①偏りを持つのか、②一様ランダムか、③規則正しいかを判断するものである。特にこの手法は、生物種の地域的な偏りを見るために用いられてきた。ホプキンス・スケラム指数は以下のように計算する。

$$H. S. I. = \frac{\sum_{i=1}^n P_i^2}{\sum_{i=1}^n I_i^2}$$

- ここで、P : ある任意のランダムな点とそれに最も近い対象点との距離,
- I : 任意の対象点とそれに最も近い別の対象点との距離,
- n : 対象点の総数

i : i 番目の対象点

そして、偏りの判断基準として、

H. S. I. < 1 : 規則正しい空間分布

H. S. I. = 1 : 一様ランダムな空間分布

H. S. I. > 1 : 偏りを持った空間分布

を用いている。

Hopkins and Skellam (1954) は、対象点の空間的な分布状況を、いくつかの計算により上記の3種類に分類したが、筆者等の計算した結果からは、実際には不十分な点が生じた。特に、一様乱数で発生させた対象点を計算するとH. S. I. は1~2の値を示し、このように厳密には分類できないことがわかった。従って、経験上、次のように分類し直した。

H. S. I. ≤ 0.5 : 極めて規則正しい空間分布

0.5 < H. S. I. < 1 : 規則正しい空間分布

H. S. I. = 1 : 一様ランダムな空間分布

1 < H. S. I. ≤ 2 : ほぼ一様ランダムな空間分布

2 < H. S. I. ≤ 10 : 偏りを持った空間分布

H. S. I. > 10 : 極めて偏りを持った空間分布

さらに、ホプキンス・スケラム指数は同じ対象を取り扱っても厳密には一つの値を示さないので、25回の計算を実施し、その平均をホプキンス・スケラム指数とするやり方を採用した。これは、計算式の中に乱数で点を発生させる部分があり (Pの計算)、その乱数で発生した点によって、計算値が若干異なるためである。

#### 4 河川景観の自然度評価の試み

##### 4.1 自然度の評価手法

河川景観を構成する河床の石など、人間はそれをみただけで、自然物と人工物の区別をある程度判断すること

表-2 相関係数とフラクタル性の関連とフラクタル次元の性質

Table 2 The relationship between correlation coefficient and fractal property, and the characteristics of fractal dimension

対数で扱っている場合、相関係数は、グラフ上の点がばらついていても 0.9 以上の絶対値を取る。経験上、右表のような相関性がある。

相関係数 $\kappa$	相関性	フラクタル性	評価
$\kappa \leq -0.995$	良い	完全に成立する	◎
$\kappa \leq -0.990$	やや良い	成立する	○
$\kappa \leq -0.985$	やや悪い	ほぼ成立する	△
$\kappa > -0.985$	悪い	成立しない	×

配列のフラクタル次元 ( $D^{**0}, D^{**1}$ ) $0 \leq D^{**} \leq 3$	空間的な性質	大きさのフラクタル次元 ( $D^{*r}$ ) $0 \leq D^{*r} \leq \infty$	大きさの性質
フラクタル次元 = 0 フラクタル次元 = 1 フラクタル次元 = 2 フラクタル次元 = 3	1 点に集中 線的な分布 面内に均一 空間内に均一	フラクタル次元 = 1 フラクタル次元 > 3	一様分布 均等分布

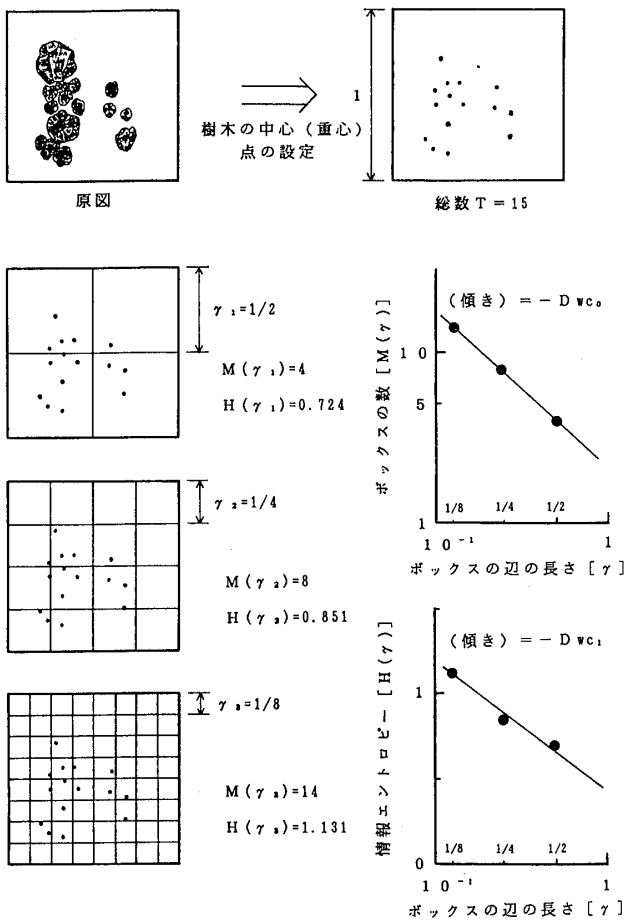


図-2(a) 石や樹木の中心点の配列のフラクタル解析の方法  
Fig. 2(a) Fractal analysis on the location of stones and trees

ができる。

写真-1~写真-3に自然状態に近いものと人の手の加わったものとの比較写真を示した。この写真にみられるように、人は何となく自然物と人工物との違いを認識している。これは人間の景観に対するこれまでの経験から、ある判断基準が形成されているためである。

では、この自然物と人工物の違いを定量的にみるためにはどうしたらよいだらうか。これまでは、こうした景観の自然らしさを定量的に判断することには成功していない。従って、現状では“自然らしさを測る方法”は存在しないと言える。

一般的に、自然にみられる形には、フラクタル的な性質である自己相似性や階層的な偏りがみられる。一方、橋やビルのような人工構造物の形の多くは、自己相似な性質はみられず、直線や曲線などのユークリッド幾何で表現できる。

こうしたことは、自然の持つフラクタル性を利用して河川を構成する要素において自然物と人工物を区別でき

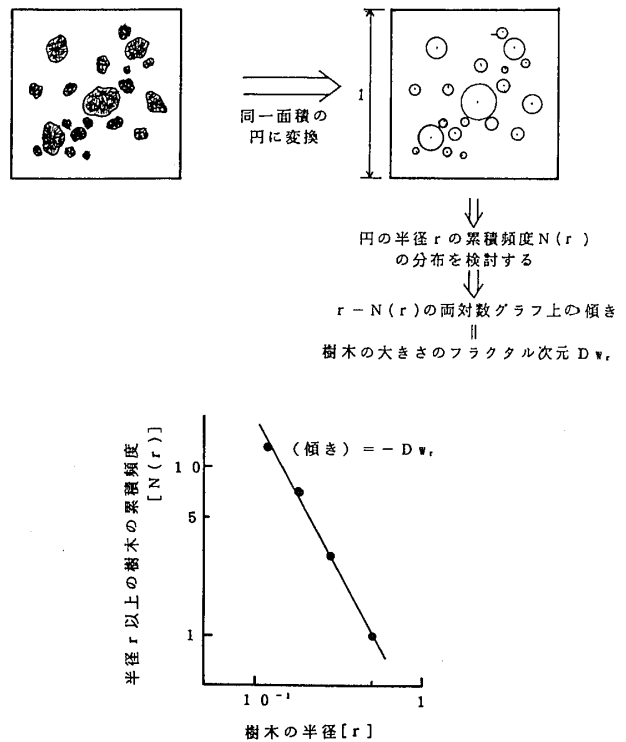


図-2(b) 石や樹木の大きさのフラクタル解析の方法  
Fig. 2(b) Fractal analysis on the size of stones and trees

る可能性を示唆している。特に、自然の河床の石や河岸等の樹木は、その配置や大きさがフラクタルであることから、フラクタルの成立具合や偏り具合といった点で、その自然らしさを検討することができる可能性が高い。

これに対して、水際線や滯筋については、どのような状態が自然なのかがよくわかっていないという課題がある。コンクリート護岸などはユークリッド幾何的な形を示しているが、フラクタル次元が1という整数になるだけで、両対数グラフ上の相関はよいはずである。従って、フラクタルの成立具合のみで自然度をみるということは困難である。水際線などは大野他(1997)<sup>9)</sup>が指摘したように、護岸等によって複雑なものを単純化してしまう。そこで、複雑なものが“自然らしい”と考えるならば、自然度を捉えやすくなる。水際線や滯筋は、こうした前提の基で検討することにする。

#### 4・2 検討対象地域

検討対象地域としては、表-3に示すように、自然に近い状態の河川、若干手の加わった河川、手の加わった河川を取り上げた。

自然に近い状態の河川としては、多摩川上流の溪谷河川部<sup>2)</sup>と扇状地河川部<sup>10)</sup>、荒川水系高麗川の河岸段丘河川部<sup>2)</sup>、α川水系A河川の扇状地河川部<sup>9)</sup>、α川水系B

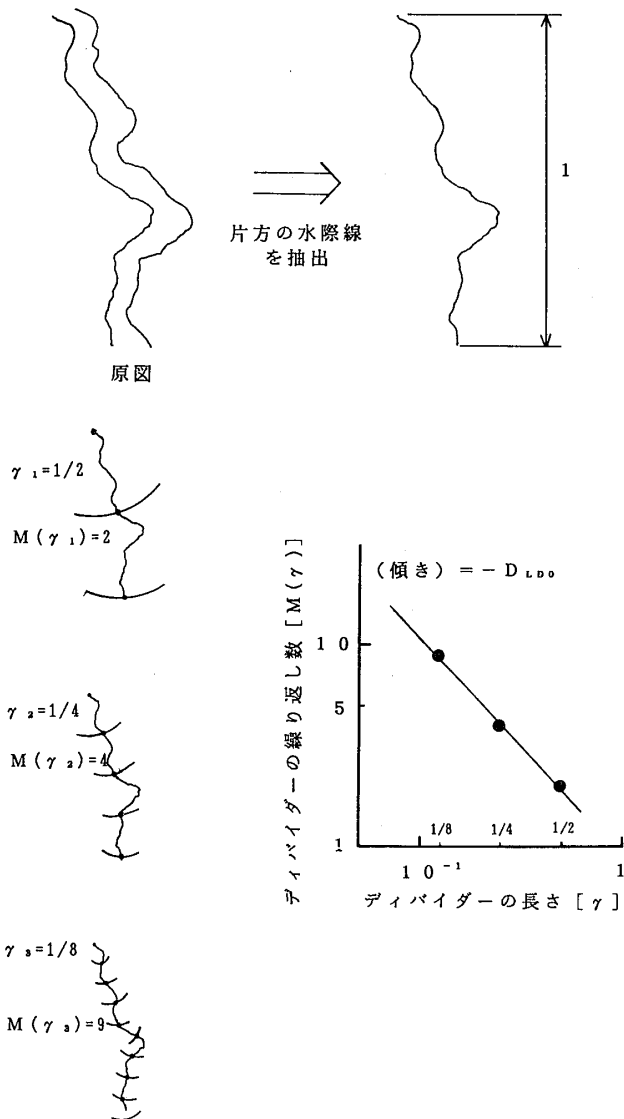


図-2(c) 水際線の形状のフラクタル解析の方法  
Fig. 2(c) Fractal analysis on the form of waterline

河川の扇状地河川部<sup>9)</sup>、β川水系C河川の河岸段丘河川部<sup>9)</sup>のデータを用いた。

一方、若干手の加わった河川としては、荒川水系越辺川の自然堤防帯河川部<sup>2)</sup>のデータを用いた。

人の手の加わった河川については、多自然型河川工法による河川である、木曾川水系長良川、荒川水系小畦川、石狩川水系漁川<sup>2)</sup>のデータを用いた。

#### 4・3 調査結果

今回調査した河川のフラクタル解析結果を表-4に示す。また、河床の石と河岸等の樹木についてのホプキンススケラム指数(H.S.I.)の結果と偏り具合の評価を表-5に示す。

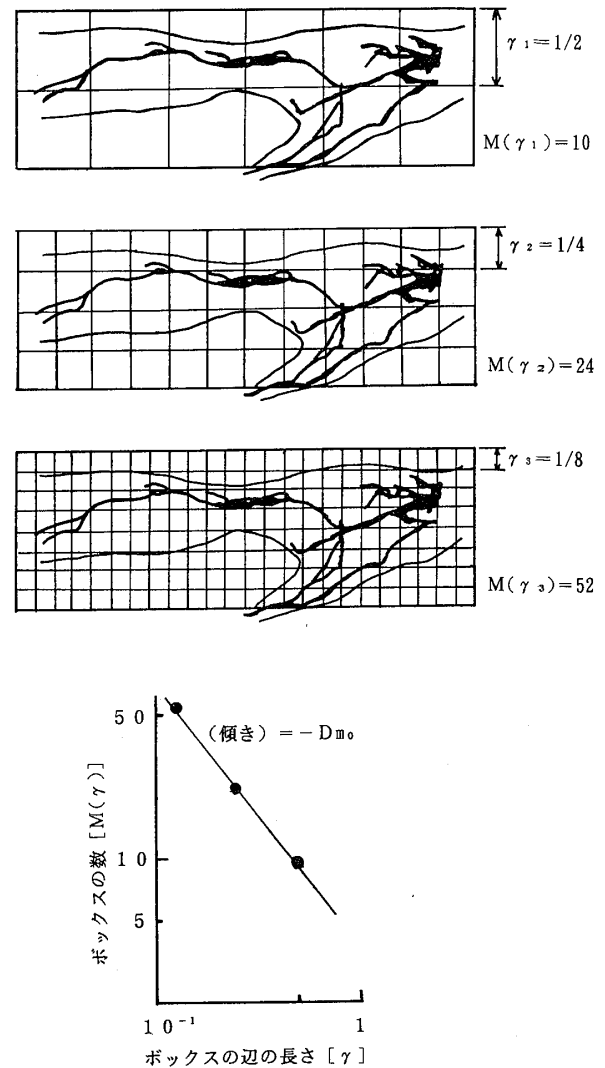


図-2(d) 滞筋の形状のフラクタル解析の方法  
Fig. 2(d) Fractal analysis on the form of fairway

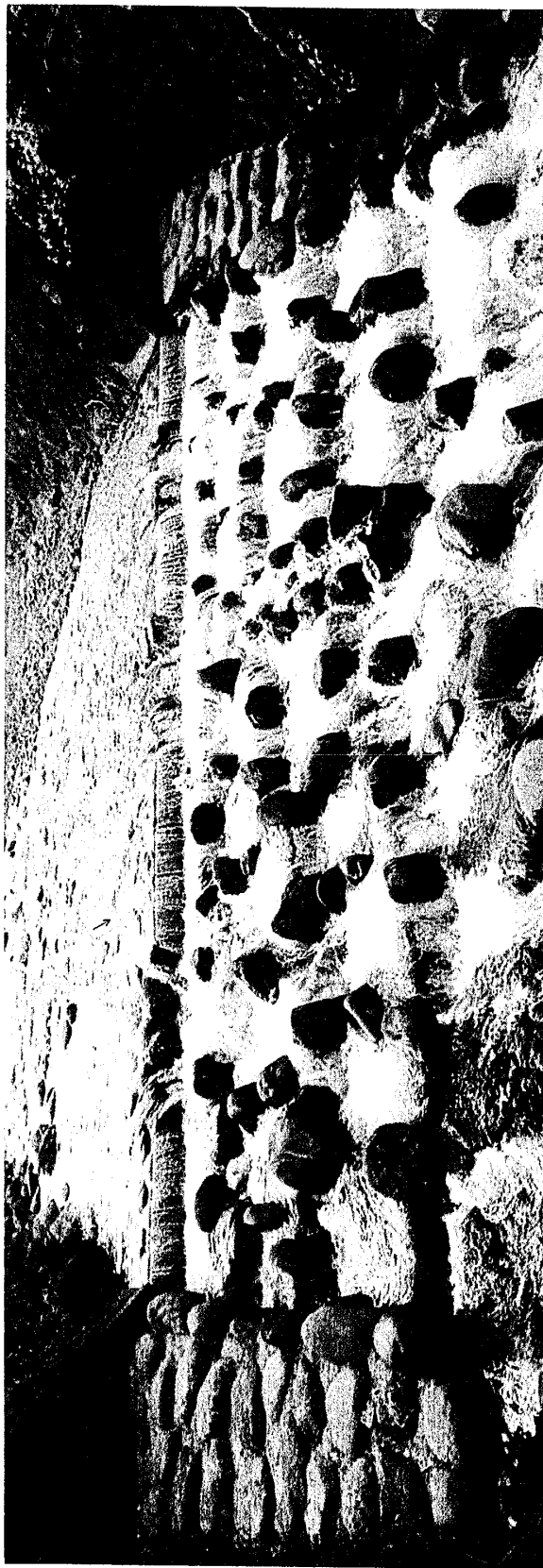
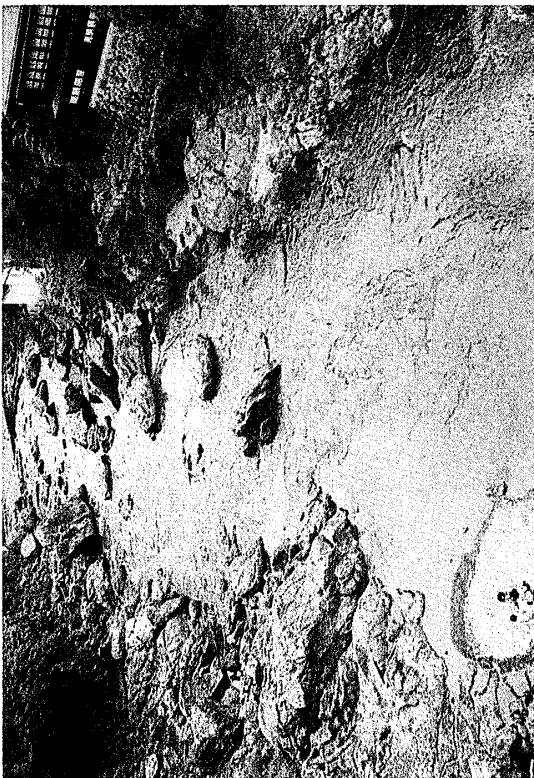
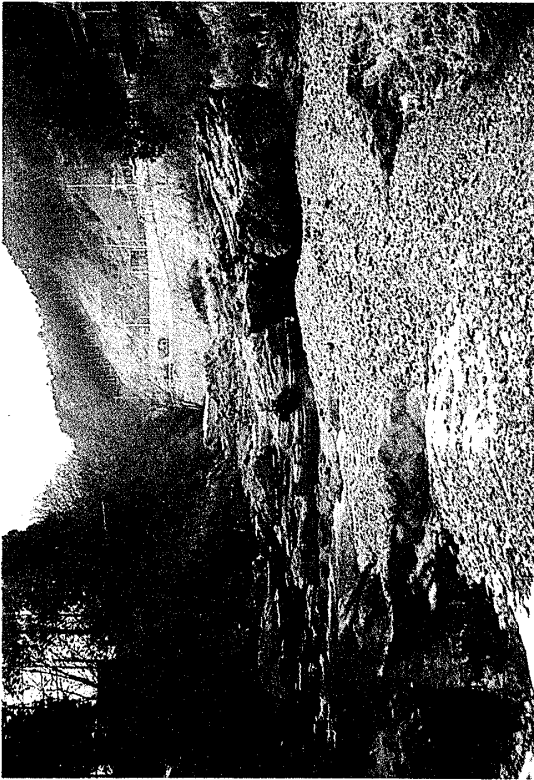
これらの結果についての考察は次章に示したとおりであるが、自然物と人工物の違いによってフラクタル性やH.S.I.による偏り具合が異なることが明らかとなった。

## 5 考察

### 5・1 石と樹木の自然度

ここでは、調査結果を踏まえて、河床の石や河岸等の樹木についての自然的なものと人工物との比較を行う。

表-4に見られるように、人工的に施工された河川構造物では、フラクタル解析によるグラフの相関性が悪い。関他(1995)は、石狩川水系漁川の植石工の例と多摩川・荒川水系高麗川の自然の石とを比較して、植石工にフラクタルの特徴がみられない可能性について指摘している。このことは、自然物と人工物とは、まずこのフラクタル



写真右上：高麗川の自然状態の河床の石  
 写真下：長良川の落差工の植石工の石

写真左上：多摩川の自然状態の河床の石

下の写真の石は、上の二つの写真の石の状態に比べて、河となく人工的に見える。

写真-1 自然状態の河床の石と植石工による石

Photo.1 The stones of natural river and the artificial stones





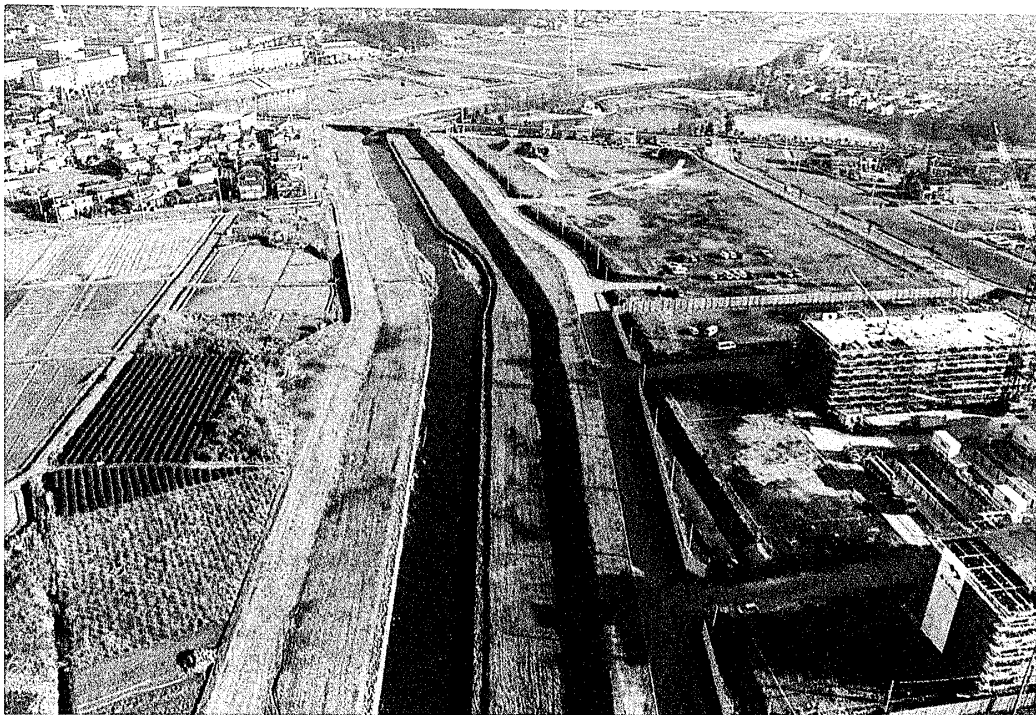
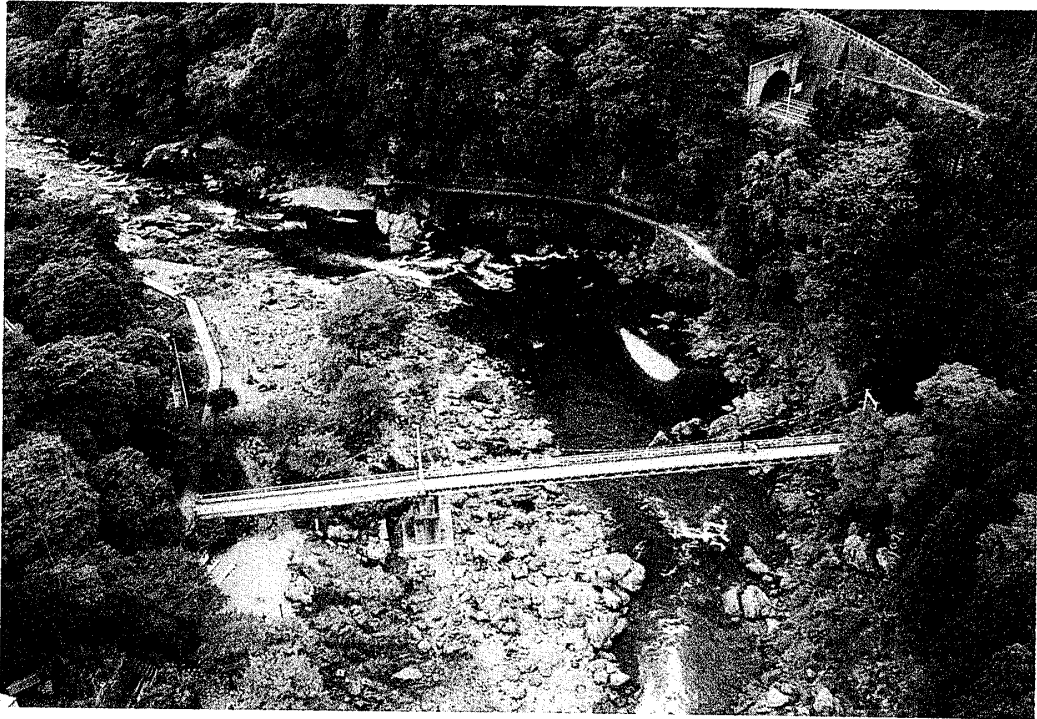
写真上：C河川の自然状態の樹木

写真下：越辺川の樹木（中低木）

上の写真は孤立した中州になっている分、樹木には人の手がほとんど加えられていないが、下の写真は車の乗り入れ等があり、その分人の手が介在している。

写真-2 自然状態の樹木と人の手の加わった樹木

Photo.2 The trees of natural river and the thinned trees



写真上：多摩川の自然状態の水際線

写真下：小畔川の木工沈床による水際線

下の写真はワンド部に若干自然らしい水際が形成されつつあるが、全体的に直線的であり、上の写真のような変化に富んだ自然らしい水際形状は形成されていない。

写真-3 自然状態の水際線と人の手の加わった水際線

Photo.3 The waterline of natural river and the artificial waterline



写真上：多摩川の自然状態の水際線

写真下：小畔川の木工沈床による水際線

下の写真はワンド部に若干自然らしい水際が形成されつつあるが、全体的に直線的であり、上の写真のような変化に富んだ自然らしい水際形状は形成されていない。

写真-3 自然状態の水際線と人の手に加わった水際線

Photo.3 The waterline of natural river and the artificial waterline

表-3 検討対象河川とその特徴  
Table 3 The characteristics of objective rivers

自然に近い状態の河川					
河川名	河川分類	河床勾配	構成要素	備考	参考文献
多摩川	溪谷河川	1/25	河床の石 水際線	自然公園として親 しまれている箇所	関他(1995)より
	扇状地河川	1/218 1/282	滯筋	永田橋付近、秋川 合流部付近、目野 橋付近の3箇所	李他(1996)より
荒川水系 高麗川	河岸段丘河川	1/55	河床の石 水際線	車等が入りにくく 自然のままの箇所	関他(1995)より
$\alpha$ 川水系 A河川	扇状地河川	1/320	樹木 水際線	合流部とその10km 上流の2箇所	大野他(1997)より
$\alpha$ 川水系 B河川	扇状地河川	1/330	樹木 水際線	河川敷に自然林が みられる。	大野他(1997)より
$\beta$ 川水系 C河川	河岸段丘河川	1/45	樹木 水際線	大きな中州に自然 林が残る	大野他(1997)より
若干手の加わった河川					
荒川水系 越辺川	自然堤防帯河川	1/600	樹木 水際線	伐採・間伐された 可能性のある樹木	関他(1995)より
人の手の加わった河川					
木曾川水系 長良川	—	—	河床の石	落差工の植石	写真の利用
荒川水系 小畔川	—	—	水際線	木工沈床	写真の利用
石狩川水系 漁川	—	—	河床の石	落差工の植石	関他(1995)より

性の成立・不成立で区別することができることを示唆している。

さらに、人の手が加えられたものは、それがより自然らしくみせようと試みたものであっても、人間の主観的判断により、自然の持つフラクタルの特徴である「空間的な偏り」を十分に表現しきれていないことを示していることが考えられる。そこで、この偏りをホプキンズスケラム指数(H. S. I.)の観点から検討する。

このH. S. I.と中心点の配列のフラクタル次元(D.)との関係を図-3に示す。この図に見られるように、全体的な傾向としては中心点の配列のフラクタル次元(容量次元及び情報次元)が小さいものほどホプキンズスケラム指数が大きく、空間的に偏る傾向が強くなる。

これに対して、人工物のホプキンズスケラム指数は1.4~5.0の値を示し、ほぼ一様な偏りを持つ分布

となっている。さらに、フラクタル性の成立していない越辺川においては、ホプキンズスケラム指数が2.45となり、他の自然的なものとは異なり偏りが少なくなっている。

これらの結果は、人の手の加えられていない自然の状況は極めて偏った空間分布となるのに対して、人の手がある程度加えられたものは、偏る傾向が小さいことを示している。また、関他(1995)の指摘したように越辺川は伐採・間伐等が行われたためにフラクタル性が成り立っていないことも示している。

結果を詳細に検討すると、人の手の加わっているものの中には越辺川の樹木や漁川の植石のように、やや偏った空間分布となっているものもある。この原因として、越辺川の伐採・間伐や漁川の植石では、人間の主観的判断によりその配置が決定されたが、その時にある程度の

表-4 調査河川のフラクタル解析結果  
Table 4 The results of fractal analysis for the objective rivers

				フラクタル次元	相関係数	解析範囲	評価			
多摩川	渓谷河川	蛇行部全体	石の中心点配列の容量次元 Drc。		1.38	-0.993	1/1~1/8	○		
			水凹凸形状	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)	1.055	-1.000	1/2~1/100	◎		
				容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)	1.040	-1.000	1/2~1/100	◎		
	水衝部付近	石	中心点配列の容量次元 Drc。		1.33	-0.997	1/1~1/8	◎		
			形状の配列の容量次元 Drp <sub>o</sub>		1.49	-0.998	1/1~1/32	◎		
			大きさのフラクタル次元 Dr <sub>r</sub>		1.57	-0.995	50%~10%	◎		
	扇状地河川	51.0 km 53.0 km	滞筋の形状の容量次元 Dm <sub>o</sub>	1961年		1.240	-0.999	1/1~1/8	◎	
				1974年		1.235	-1.000	1/1~1/8	◎	
				1984年		1.107	-0.999	1/1~1/8	◎	
				1992年		1.077	-1.000	1/1~1/8	◎	
		48.0 km 50.1 km	滞筋の形状の容量次元 Dm <sub>o</sub>	1961年		1.527	-1.000	1/2~1/8	◎	
				1974年		1.230	-0.998	1/2~1/8	◎	
				1984年		1.146	-1.000	1/2~1/8	◎	
				1992年		1.101	-0.999	1/2~1/8	◎	
		39.0 km 41.0 km	滞筋の形状の容量次元 Dm <sub>o</sub>	1961年		1.211	-1.000	1/2~1/8	◎	
1974年				1.251	-1.000	1/2~1/8	◎			
1984年				1.173	-1.000	1/2~1/8	◎			
1992年				1.101	-1.000	1/2~1/8	◎			
高麗川	扇状地河川	河川全体	石	中心点配列の容量次元 Drc。		1.25	-0.987	1/1~1/8	△	
				形状の配列の容量次元 Drp <sub>o</sub>		1.49	-0.996	1/1~1/32	◎	
				大きさのフラクタル次元 Dr <sub>r</sub>		1.57	-0.997	50%~10%	◎	
A河川	扇状地河川	両河岸全体	樹木の中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.60	-0.999	1/1~1/8	◎		
			水凹凸形状	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)	1.012	-1.000	1/2~1/100	◎		
				容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)	1.009	-1.000	1/2~1/100	◎		
		右河岸の敷み	樹木	中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.66	-0.995	1/1~1/8	◎	
				形状の配列の容量次元 Dwp <sub>o</sub>		1.71	-0.997	1/1~1/32	◎	
				大きさのフラクタル次元 Dw <sub>r</sub>		3.25	-0.990	50%~10%	○	
	扇状地	他河川と合流部	水凹凸形状	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)		1.013	-1.000	1/2~1/100	◎	
				容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)		1.009	-1.000	1/2~1/100	◎	
				樹木の中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.06	-0.998	1/1~1/8	◎	
				容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)		1.046	-1.000	1/2~1/100	◎	
B河川	扇状地河川	右河岸の敷み	樹木	中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.47	-0.998	1/1~1/8	◎	
				形状の配列の容量次元 Dwp <sub>o</sub>		1.53	-1.000	1/1~1/16	◎	
				大きさのフラクタル次元 Dw <sub>r</sub>		5.75	-0.985	50%~10%	△	
C河川	河岸段丘河川	河川全体	水凹凸形状	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)		1.069	-1.000	1/2~1/100	◎	
				容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)		1.054	-0.999	1/2~1/100	◎	
				樹木の中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.27	-0.993	1/1~1/8	○	
		中州のみ	樹木	中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.197	-0.998	1/2~1/100	◎	
				形状の配列の容量次元 Dwp <sub>o</sub>		1.050	-1.000	1/2~1/100	◎	
				大きさのフラクタル次元 Dw <sub>r</sub>		1.32	-0.992	1/1~1/8	○	
	越辺川	自然堤防帯	河川全体	樹木	中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.33	-0.998	1/1~1/32	◎
					形状の配列の容量次元 Dwp <sub>o</sub>		1.40	-0.996	1/1~1/32	◎
					大きさのフラクタル次元 Dw <sub>r</sub>		4.20	-0.993	50%~10%	○
					中心点配列の容量次元 Dwc <sub>o</sub>		1.28	-0.968	1/1~1/8	×
長良川	魚落差工	石	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)		1.083	-1.000	1/2~1/100	◎		
			容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)		1.020	-1.000	1/2~1/100	◎		
			植石工の配置		フラクタル次元	相関係数	解析範囲	評価		
小畔川	護床工	木工沈床工の形状	中心点配列の容量次元 Drc <sub>o</sub>		1.47	-0.984	1/1~1/8	×		
			形状の配列の容量次元 Drp <sub>o</sub>		1.53	-0.992	1/1~1/32	○		
			大きさのフラクタル次元 Dr <sub>r</sub>		5.78	-0.991	50%~10%	○		
魚川	魚落差工	石	容量次元 DL <sub>o</sub> (左岸)		1.010	-1.000	1/2~1/100	◎		
			容量次元 DL <sub>o</sub> (右岸)		1.009	-1.000	1/2~1/100	◎		
			植石工の配置		フラクタル次元	相関係数	解析範囲	評価		
魚川	魚落差工	石	中心点配列の容量次元 Drc <sub>o</sub>		1.38	-0.971	1/1~1/8	×		
			形状の配列の容量次元 Drp <sub>o</sub>		1.61	-0.991	1/1~1/32	○		
			大きさのフラクタル次元 Dr <sub>r</sub>		4.97	-0.993	50%~10%	○		

表-5 ホプキンス・スケラム指数  
Table 5 Hopkins-Skellam Index

河川名	河川分類等	景観要素	ホプキンス・スケラム指数 (H. S. I.)	中心点の配列の空間分布の状況	中心点の配列の傾き $\times -1^{*1}$	備考
多摩川	溪谷河川	河床の石	51.288	極めて偏り	1.38	蛇行部全体
			11.114	極めて偏り	1.33 <sup>*2</sup>	水衝部付近のみ
高麗川	河岸段丘河川	河床の石	16.375	極めて偏り	1.25 <sup>*2</sup>	
A河川	扇状地河川	樹木	96.107	極めて偏り	1.60	両河岸
			10.077	極めて偏り	1.66 <sup>*3</sup>	右岸河川敷
	扇状地合流部	樹木	312.283	極めて偏り	1.06 <sup>*3</sup>	
B河川	扇状地河川	樹木	90.783	極めて偏り	1.47 <sup>*3</sup>	
C河川	河岸段丘河川	樹木	362.723	極めて偏り	1.27 <sup>*3</sup>	全域
			21.746	極めて偏り	1.32 <sup>*3</sup>	中州のみ
越辺川	自然堤防帯河川	樹木	2.448	偏りを持つ	1.28 <sup>*2</sup>	初期の傾き-2
長良川	落差工植石	河床の石	1.421	ほぼ一様	1.47	初期の傾き-2
漁川	落差工植石	河床の石	5.031	偏りを持つ	1.38 <sup>*2</sup>	初期の傾き-2
等間隔な配置の例 総点数16個			0.191	極めて規則	2.00	
等間隔な配置の例 総点数81個			0.266	極めて規則	2.00	
一様ランダムな点の例			1.730	ほぼ一様	1.65	初期の傾き-2

- \* 1) フラクタル性の成立しているものは、中心点の配列の容量次元に相当する。備考に「初期の傾き-2」となっているものは、フラクタル性が成立していない。その他は成立。  
\* 2) 関克己・佐々木春喜・鈴木輝彦・大野博之 (1995) : 自然のフラクタル性を利用した景観設計の検討, 環境情報科学, Vol. 24, No. 2, pp. 87-94.  
\* 3) 大野博之・安田実・丹澤純 (1997) : 河川構成要素のフラクタル特性の分析, 環境情報科学, Vol. 26, No. 1, pp. 68-78.

偏りを持たせるような意図が潜在的に働いた可能性が考えられる。しかし、ほとんど人の手の加わっていないものに比べると、自然の本来持つ極めて大きな空間的偏りを充分表現するには至っていない。

また、大きさのフラクタル次元についてみると、石の場合、自然物と人工物とでは次元に大きな違いがみられる。自然の石ではフラクタル次元が2以下であるのに対して、人工物ではこれ以上の値を示す。

このように、河床の石と河岸等の樹木については、ホプキンス・スケラム指数と中心点の配列のフラクタル次元により、人の手の加わった配置と自然的なそれとを区別することができる。また、表面形状を含めた配列や大きさの分布を検討することで、大きさについての自然らしさの度合いも評価することが可能である。

これらのことから、景観の自然らしさを判断する方法として図-4に示すようなものが考えられる。これによって、ほとんど人の手が加わらず自然が残っている景観なのか（または手の加えたことのわからない景観）、部分的に自然らしさが残っている景観なのか、まるっきり人

工的な景観なのかを判断することかできる。なお、表-6にこれらの数値的評価を試みたときの試案を示す。

## 5・2 水際線と滯筋の自然度

ここでは、水際線の場合の人の手の加わっていないものと人工物との比較を行う。また、滯筋の経年変化を追い、それと人の手の加わり具合との関連を検討した。

小畔川の木工沈床による水際線は自然にみられる水際線と同様に両対数グラフ上の相関性が良い。一般に、水際線のような凹凸形状をみる場合、コンクリートなどによる直線的なものも相関性は良くなる。むしろ相関性の良さでは、人の手の加わっているものとそうでないものとの区別はできないのである。

小畔川は多自然型河川として施工され、ワンドとしての拡幅部やゆるい曲がり表現している。このような場合には、これまでのようなコンクリートによる完全に直線的（凹凸形状の容量次元：1.00）なものとは異なり、若干の曲がり表現したために、凹凸形状の容量次元は1.01程度となる。

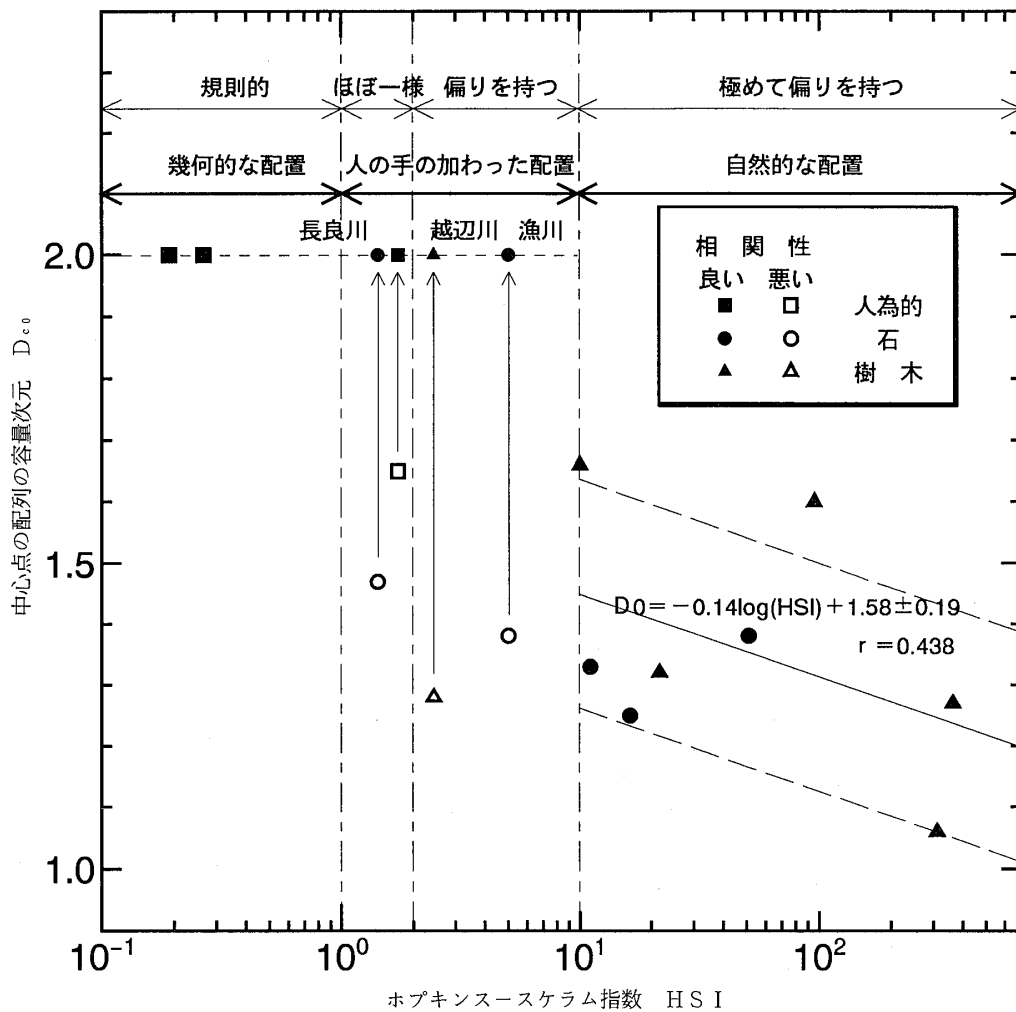


図-3 ホプキンス・スケラム指数とフラクタル次元との関係  
 Fig. 3 The relationship between the Hopkins-Skellam Index and the fractal dimension

大西他 (1989)<sup>11)</sup>によれば、割れ目面の粗さ番号 1 ではほとんど直線的で凹凸はないような (フラットな) 状態に近い。このときの容量次元は 1.01 程度であり、小畔川の次元とほぼ一致する。従って、人工の直線的形状に近くなるほど容量次元は小さくなる可能性が考えられる。

水際線や滞筋といった川の流れによって形成される要素は、氾濫を繰り返すような河川ほど容量次元が大きくなる可能性が考えられる。

A 河川 A-2 地区において、河川改修をする前の旧河道と改修後の現河道の水際線の凹凸形状の容量次元を比較すると、旧河道の方が現河道よりも大きな次元となっている。これは旧河道の方がより複雑な形状を示していたことを物語っている。

このように、水際線形状は、河川改修により単調なものになっていることが考えられるが、こうした改修の影響は滞筋の変化にも現れている。

図-5 に多摩川の滞筋パターンの容量次元の経年変化

を示す。この図に見られるように、1961年頃はそれぞれの区間で異なった容量次元を示していた。特に秋川との合流部である 48~50km 区間は他の 2 区間と大きく異なり複雑な滞筋を示していた。これが、堰が作られ、上流に小河内ダムができた後から少しずつ次元が小さくなり、1992年頃には 3 区間とも同程度の次元になってしまっている。

このように河川改修は、水際線や滞筋の単純化を促進し、水理学的には一つの流れやすい水路を造り、治水安全度を高めている。これによって、人間の生活を脅かす洪水等を減少させているものの、柳田國男が指摘したごとく「地形が単調になり、且つ個性の乏しくなっていく」河川になってしまっている。これはある意味では残念なことである。

このように、より自然的なものは比較的次元が大きいのであろう (但し、どの程度であるかは現段階ではわからない)。一方、大きすぎるということは洪水になり易

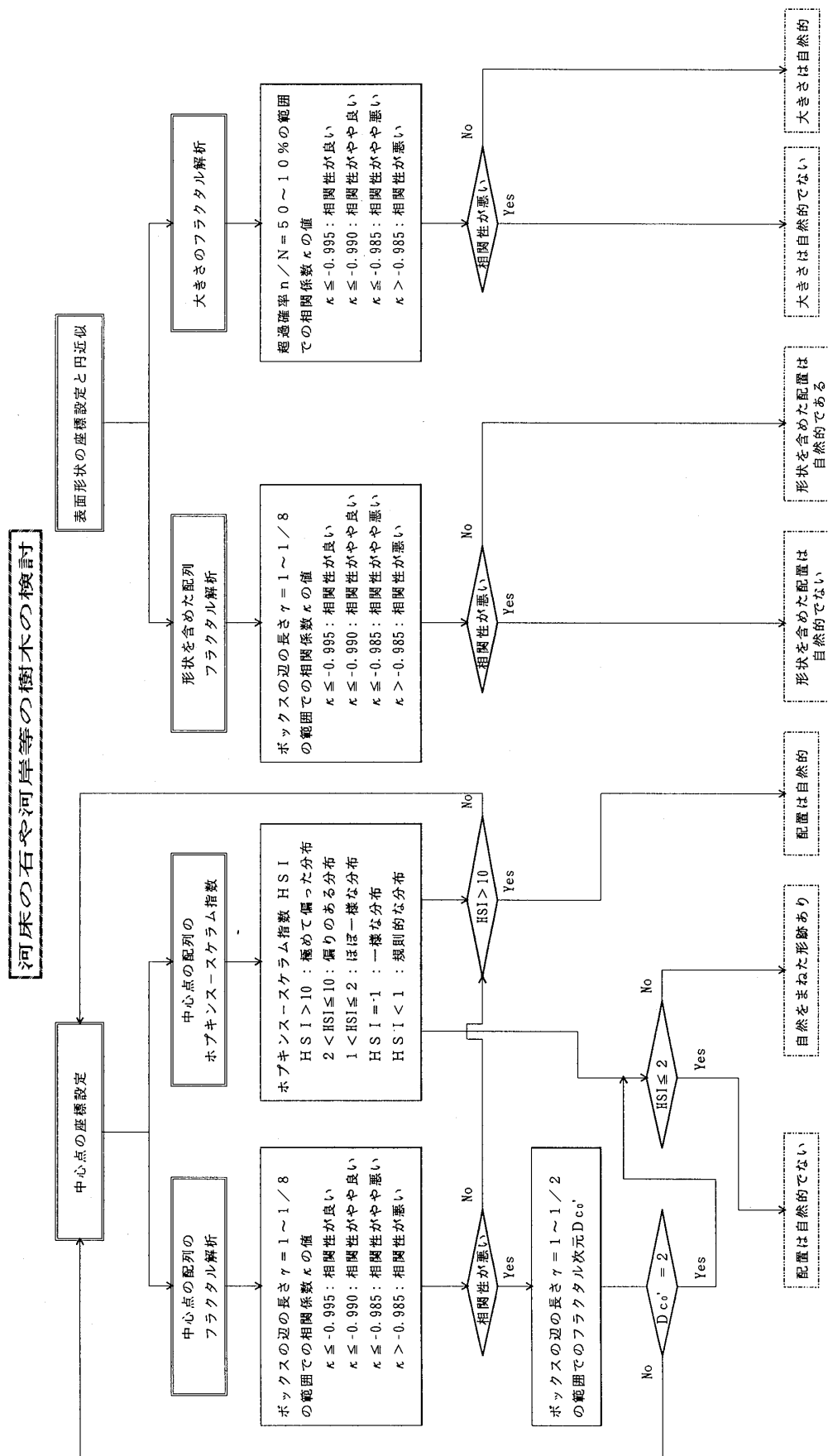


図-4 石や樹木の自然らしさの度合いの判断方法の流れ図

Fig. 4 The flow chart on the naturalness assessment for landscape composition elements such as stones and trees



表-6 河床の石や河岸等の樹木の自然らしさの度合い

Table 6 The estimation of naturalness for the landscape composition elements of stones and trees

配置	フラクタル	○	×	×	○ or ×	×
	H S I	○	○	×	○	×
形状のフラクタル		○	○	○	×	×
大きさのフラクタル		○	○	○	×	×
景観の状況		ほとんど人の手が加えられていない景観 もしくは 手を加えたことのでわからなほど自然らしく見える景観	配置に人の手が加わった景観。但し、自然らしく見せようとする意図されている景観（樹木）伐採・間伐（石）植石	配置に自然らしく見せようとする意図のみられない景観。但し、他の点は自然的（樹木）伐採・間伐（石）植石	形状や大きさに人の手が加わった景観。但し、配置に工夫が凝らされている景観（樹木）剪定等（石）石の入替え等	人の手が加えられたことが明らかな景観 もしくは 自然らしく見せようという意図のない人工的な景観
自然らしさの度合い		5	4	3	2	1
本論文で取り扱った河川		多摩川 高尾川 A河川 B河川 C河川	越辺川 漁川	長良川		

ここで、○：図-4で良いと評価されたもの、×：図-4で悪いと評価されたもの

なお、「○×」の組み合わせは上記の他にも考えられるが、現実的でないので示さなかった。

い面もあり、それも問題である。筆者は、より個性を持ちつつ治水安全度の高い次元の範囲というものが存在するのではないかと考えている。この範囲を解明できれば、自然との共生が一步前進したことになる。

いずれにしろ、容量次元の値が小さいほど人の手の加わった、または、影響を受けた可能性を示しているものの、必ずしも小さいからといって人工的であるとは限らないことも事実である。容量次元が小さいということは、人工物の必要条件ではあっても十分条件ではないものと考えられる。従って、水際線や滯筋の場合、人工物と自然物をフラクタル性だけで区別することは適切ではない。

以上示してきたように、水際線については、人工物と自然物とを比較しても、フラクタル性からだけではその自然らしさの度合いを判断できない。水際線や滯筋の評価方法は、フラクタルの概念以外の方法も取り入れて解決しなければならない課題であるが、フラクタル次元の大小が自然らしさとの関連性で大きなものとなるのも事実であろう。

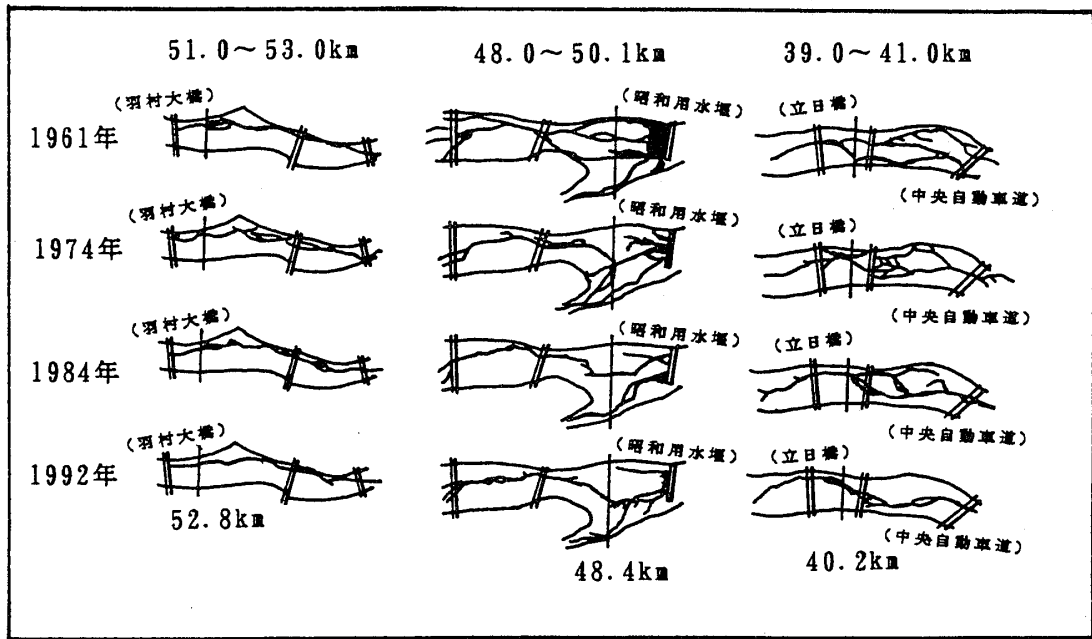
つまり、より自然に近いものはフラクタル次元が比較

的大きいものになるが、人の手によって水流に調整が加わると次元は小さくなっていく。このことは、自然な河川ではより多く反乱を繰り返す、複雑な水際線と滯筋を形成するのに対して、堰や護岸の設置により水流を調節してそれらの形態をより単純化していることを示している。このことを利用した自然らしさの評価方法があるものと考えられる。

## 6 あとがき

本論文では、河川に見られる自然の景観を構成する要素のうち、河床の石、樹木、水際線及び滯筋を取り上げ、その自然らしさの評価について検討した。

その結果、石や樹木については、フラクタル性とホプキンススケラム指数を用いることにより、自然度の評価がある程度可能なことが示された。一方、水際線や滯筋は、フラクタル性の観点からだけでは自然度を評価しづらいが、フラクタル次元が自然らしいものほど大きくなる傾向が定性的に示された。



李他(1996)より

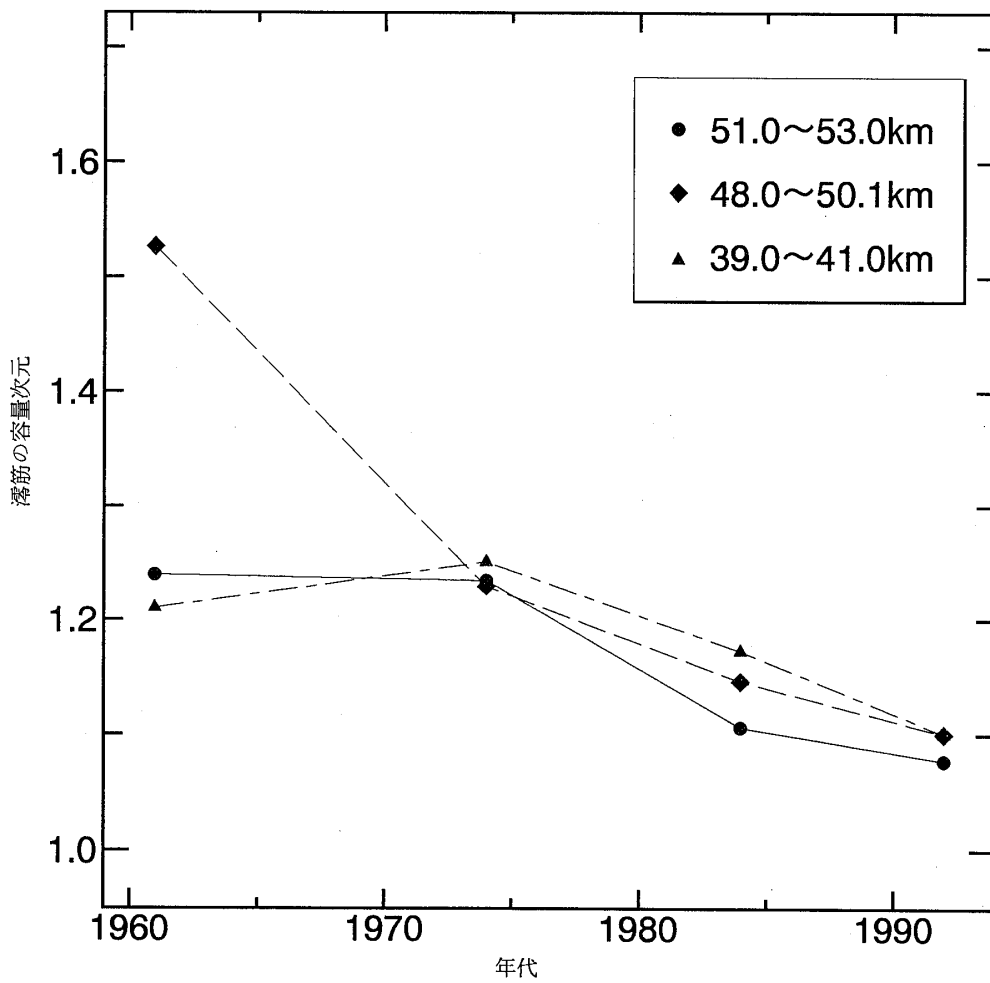


図-5 多摩川の滞筋パターンのフラクタル次元の経年変化

Fig. 5 The change of time elapsed on the fractal dimension of fairway pattern at Tamagawa river

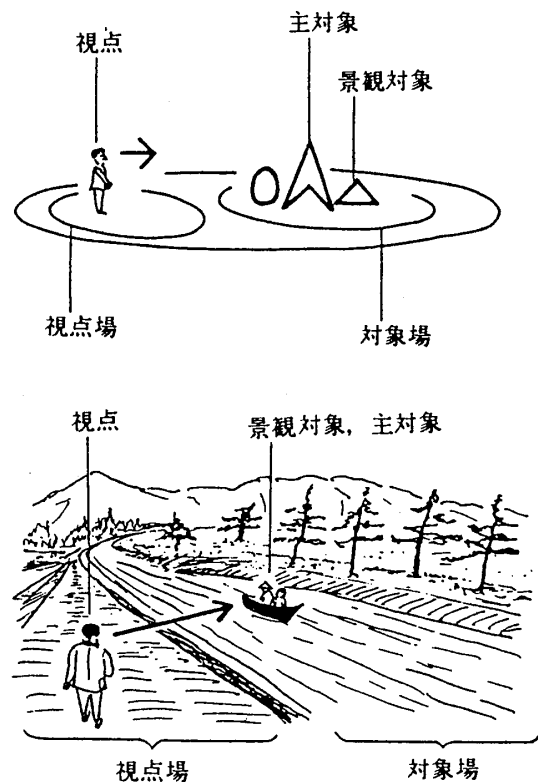
日本には多くの河川があり、それぞれ固有の自然景観を有している。そのため、本論で明らかとなった河川構成要素の自然度評価については、一般論としての河川景観の特性を十分に反映しているとは言い難い。従って、こうした評価法は、今後の研究によって追加・修正されていくものである。今後、様々なデータを蓄積し、より詳細に構成要素の持つ特性を把握し、自然らしさとは何なのかを検討していく必要があるだろう。

### 謝 辞

本研究を進めるにあたっては、建設省河川局河川計画課の関克己専門官（元(財)リバーフロント整備センター研究第二部次長）、建設省関東地方建設局企画課の佐々木春喜専門官（前建設省関東地方建設局荒川上流工事事務所調査課長）、荒川上流工事事務所の江口公道係長、(財)リバーフロント整備センター研究第二部の安田実前次長、丹沢研究員、鈴木輝彦前主任研究員ならびに唐裕一前主任研究員のご協力とご指導を戴いた。ここに、深く感謝の意を表す。

### 参 考 文 献

- 1) 柳田國男：豆の葉と太陽，定本柳田國男集第2巻，筑摩書房，昭和53年11月5日，pp.399.
- 2) 関克己・佐々木春喜・鈴木輝彦・大野博之（1995）：自然のフラクタル性を利用した景観設計の検討，環境情報科学，Vol.24，No.2，pp.87-94.
- 3) (財)ダム水源環境整備センター（1994）：水辺の環境調査，技報堂，p.396.
- 4) 皆川朋子・島谷幸宏（1996）：河川の自然景観の評価に関する研究—阿賀野川を事例として—，環境システム研究，Vol.24，pp.13-19.
- 5) Mandelbrot, B.B. (1983): The fractal geometry of nature, W.H. Freeman & Co., San Francisco, 468p.
- 6) 大野博之・小島圭二（1993）：岩盤割れ目のフラクタル（その2）—フラクタル特性と分布のばらつき—，応用地質，Vol.34，No.2，pp.12-26.
- 7) 高安秀樹（1986）：フラクタル，朝倉書店，pp.7-25.
- 8) Hopkins, B., and Skellam, J.G. (1954): A new method for determining the type of distribution of plant individuals, *Annals of Botany N.S.*, Vol.18, pp.213-227.
- 9) 大野博之・安田実・丹澤純（1997）：河川構成要素のフラクタル特性の分析，環境情報科学，Vol.26，No.1，pp.68-78.
- 10) 李参照・山本晃一・島谷幸宏・萱場祐一（1996）：多摩川扇状地河道部の河道内植生分布の変化とその変化要因との関連性，環境システム研究，Vol.24，pp.26-33.
- 11) 大西有三・堀田政國・大谷司郎（1989）：画像処理システムを用いた岩盤割れ目のフラクタル幾何学的特性評価について，土木学会論文集，第412号／Ⅲ-12，pp.61-68.
- 12) 土木学会（1988）：水辺の景観設計，技報堂出版，228p.
- 13) 大野博之・小島圭二（1988）：岩盤中の割れ目系にみられるフラクタル，応用地質，Vol.29，No.4，pp.11-18.
- 14) 木村強，江崎哲朗（1992）：岩盤不連続面の凹凸形状および開口幅の特徴と水理学的性質，応用地質，Vol.33，No.2，pp.61-70.



図A-1 視点と対象の関係（土木学会（1988）より）  
Fig. A-1 A viewpoint and an object (after JSCE (1988))

付記-1 語句の説明

本文中には、河川、景観、フラクタルなど広い分野にわたる語句が出てくる。ここでは、一般の読者の理解を助けるため、それぞれの語句の説明を行う。

(1) 河川・景観関連

堤外地：堤防と堤防の間の領域

堤内地：堤防の外側の領域

河川敷：堤外地と堤防敷を含む領域

右岸：上流から下流に向かって右手側の岸

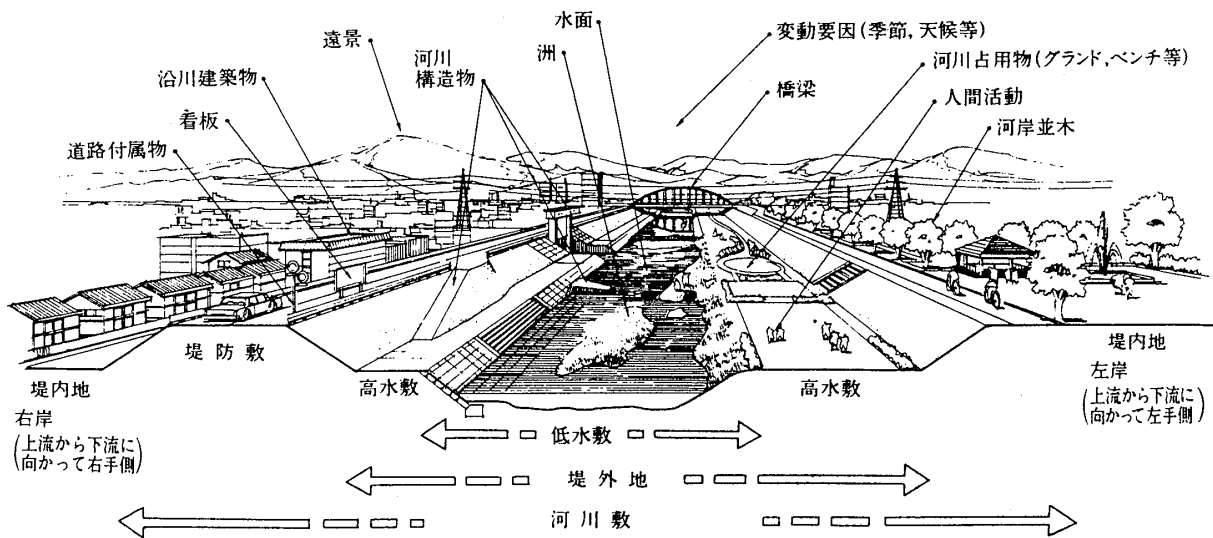
左岸：上流から下流に向かって左手側の岸

河川構造物：河川にある構造物

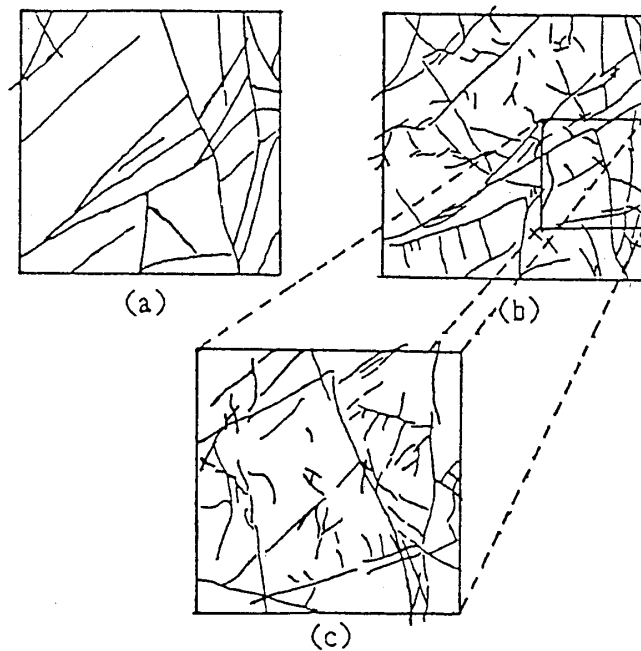
視点場：眺めている人の周囲の環境（人の近傍の空間）を言い、眺めている人を「視点」と言う。これに対して、眺められているものを「対象」と言い、対象の存在する空間を「対象場」と言う（図A-1参照<sup>12)</sup>）。

近景：対象場のうち、視点場の近傍に存在する対象。対象場の中の主要な対象となる主対象は、大部分がこの近景に属する。

遠景：対象場のうち、視点場の遠方に存在する対象



図A-2 河川景観の構成要素（土木学会（1988）より）  
Fig.A-2 The composition elements of river landscape (after JSCE (1988))



図A-3 フラクタルの例（大野・小島（1988）より）  
Fig.A-3 An example of fractal object (after OHNO & KOJIMA (1988))

景観構成要素：景観の一つ一つの部分を構成する要素を言う。景観対象とほぼ同じ意味であるが、景観対象は全体をまとめたものであり、その点が景観構成要素と異なる（図A-2参照<sup>12)</sup>）。

(2) フラクタル関連

スケール：対象とする現象・集合・ものなどの取り扱う領域の大きさや長さなど

フラクタル性：自己相似性または自己アフィン性を示し、且つ、階層的な偏りを持つ性質（図A-3<sup>13)</sup>）。

自己相似性：ある有限な集合や図形・現象といった対象において、小さい部分をみた場合の対象が、より大きな部分をみた場合の対象と一致するような性質。別の言い方をすれば、全体が、全体のミニチュアのいくつかの和になる対象の持つ性質を言う。

自己アフィン性：全方向をまとめてみた場合には自己相似性が成り立たないが、ある方向だけに着目した場合には自己相似性の成り立つような性質。別の言い方をすれば、異方性を持った全体のミニチュアのいくつかの和になる対象の持つ性質を言う。

フラクタル次元：フラクタル性を示す図形、集合や現象などの構成要素とそれに関連した個数などを両対数グラフ上に示したときの傾きまたは傾きに比例した係数。

フラクタル特性：フラクタル性を示す図形、集合や現象などの持っている特性。特性の違いは、フラクタル次元の違いや累積分布関数の両対数グラフ上の切片の違いなどとして表れる。

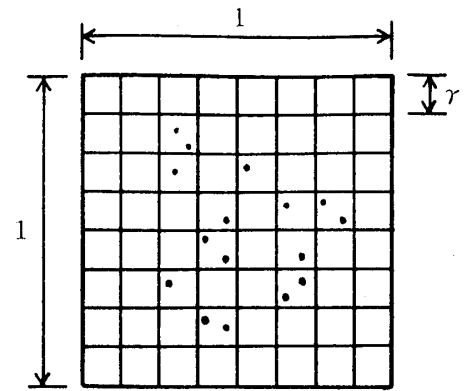
大きさの一樣分布：大小様々な大きさのものが同じ頻度で存在している分布。標準偏差の極めて大きな分布。

大きさの均等分布：大きさの同じものしか存在しない分布。標準偏差の極めて小さな分布。

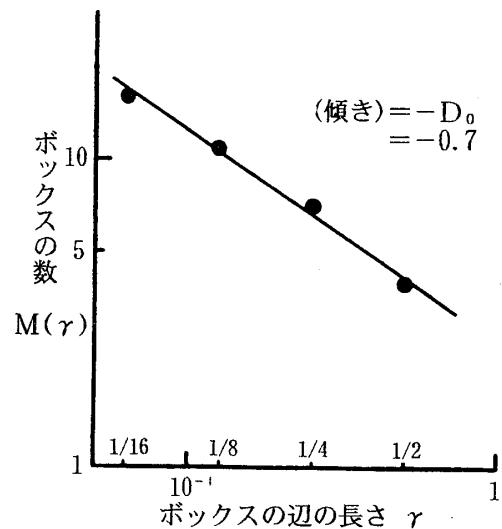
付記-2 フラクタル解析

具体的なフラクタル性の検討と次元の算出は、次の5つの方法がある<sup>7)</sup>。

- ① 粗視化の度合いを変える方法  
→容量次元
- ② 分布関数より求める方法  
→パラメータ  $r$  のフラクタル次元など
- ③ 情報エントロピーより求める方法  
→情報次元
- ④ スペクトルより求める方法  
→周波数のフラクタル次元など
- ⑤ 相関関数より求める方法  
→相関次元



総数  $T=16$



ボックスの辺の長さ  $r$  を  $1/2, 1/4, 1/8, 1/16$  と小さくしていき、各々の  $r$  の時の点を含むボックスの数  $M(r)$  をカウントする。左の図は  $r=1/8$  の時の状態である。

この場合は、  
 $r=1/2 : M(r)=4$   
 $r=1/4 : M(r)=7$   
 $r=1/8 : M(r)=11$   
 $r=1/16 : M(r)=16$

図B-1 カバー法（ボックスカウンティング法）によるフラクタル解析

Fig. B-1 Fractal analysis on the cover method (box-counting method)

これらの方法によって求められた各種のフラクタル次元は、対象物が同じであっても一致するとは限らない。当初、これらの次元はどの求め方でもほぼ同じになるのではないかといわれていたが、各種の研究から、むしろ異なるものの方が多いことが最近わかってきた。

以下、これらの方法について概説する。

#### (1) 粗視化の度合を変える方法

ディバイダーを使って曲線の次元を計ったり（ディバイダー法）、ボックスで点や図形の次元を求める方法（ボックスカウンティング法）で、カバー法とも呼ばれている。基本的には、ボックスの大きさ（辺の長さ $\gamma$ など）を変えて、対象物の含まれるボックスの個数 $M(\gamma)$ よりフラクタル次元（容量次元 $D_0$ ）を次式より求める。

$$D_0 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\log M(\gamma)}{\log(1/\gamma)}$$

この方法は、 $\gamma \times \gamma$ 領域（又は、半径 $r$ の円の領域）の中に対象物が存在するかどうかをみる方法であり、対象物が空間内に一様に分布しているか、どこかに偏って分布しているかを検討するものである（図B-1参照）。

#### (2) 分布関数より求める方法

確率密度 $P(r)$ を用いる方法である。分布関数法と呼ばれている。

ある対象物のパラメータ $r$ の確率密度関数 $P(r)$ より、超過確率 $P(r)$ を次式のように定義する。

$$P(r) = \int_r^{\infty} P(s) ds$$

フラクタルであるということは、 $r \rightarrow tr$ に変換（ $r$ を $t$ 倍に変換）したときの分布型が変化しないということであるから、 $P(r) \propto P(tr)$ が成立しなければならない。このとき、フラクタルとなるのは、次式が成立するときである。

$$P(r) \propto r^{-D_r}$$

ここで、 $D_r$ ：パラメータ $r$ のフラクタル次元

このことは、次のように考えることができる。

フラクタルであるということは、 $r \rightarrow tr$ に変換したときの分布型が変化しないということなので、始めの超過確率 $P(r)$ と変換した後の超過確率 $P(tr)$ との間には、

$$P(r) \propto P(tr)$$

が成立しなければならない。

このとき、自己相似であるということは、 $P(tr)$ が、 $P(r)$ に対して $t$ についての何等かの関数 $g(t)$

に比例するということである。式で表すと、

$$P(tr) = g(t) \cdot P(r)$$

となる。この両辺を微分すると、

$$\frac{\partial tr}{\partial t} \frac{d(P(tr))}{d(tr)} = \frac{\partial g(t)}{\partial t} P(r)$$

である。

$t \rightarrow 1$ のとき、

$$\left. \frac{\partial g(t)}{\partial t} \right|_{t=1} = -D_r$$

とすれば、

$$r \frac{d(P(tr))}{d(tr)} = -D_r \cdot P(r)$$

$$\frac{d(P(r))}{P(r)} = \frac{dr}{r} (-D_r)$$

という微分方程式が成り立つ。この微分方程式を解くと、

$$P(r) \propto r^{-D_r}$$

となる。

以上のことから、 $P(r) \propto P(tr)$ のときには、言い替えば、フラクタルであるためには、分布関数型がべき乗型の分布でなければならない。こうしたべき乗型の分布をフラクタル分布とも呼ぶ。

しかしながら、上記の式だけでは、具体的なフラクタル次元の求め方はわかりにくい。

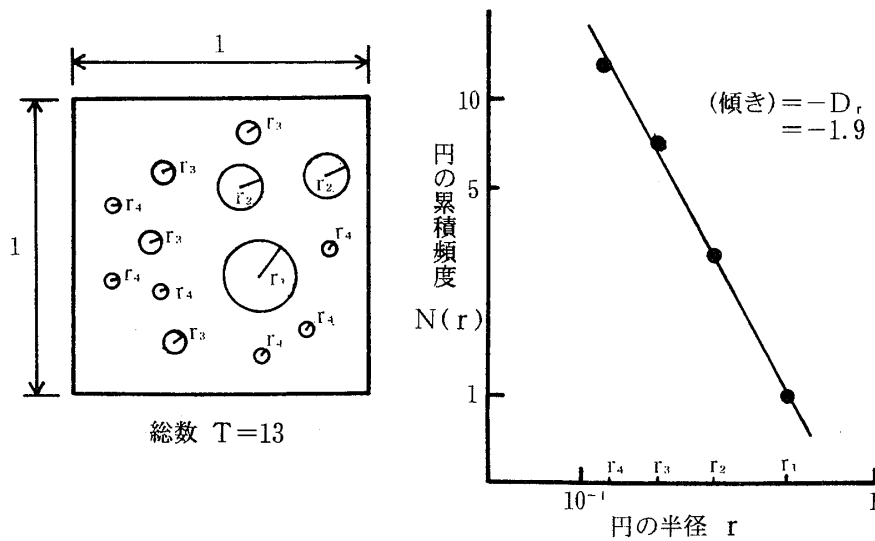
具体的には、ある集合の対象物のパラメータを $r$ とし、対象物が $r$ よりも大きいときの個数を $N(r)$ とする。この時の、パラメータ $r$ のフラクタル次元 $D_r$ は次式より求める（図B-2参照）。

$$D_r = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\log N(\gamma)}{\log(1/\gamma)}$$

この方法は、対象物の大きさを検討するもので、空間内の幾何学形状をみるものではない。このフラクタル次元 $D_r$ は、対象物の個々の性質についてみたものであるから、カバー法による容量次元 $D_0$ とは異なったものである。

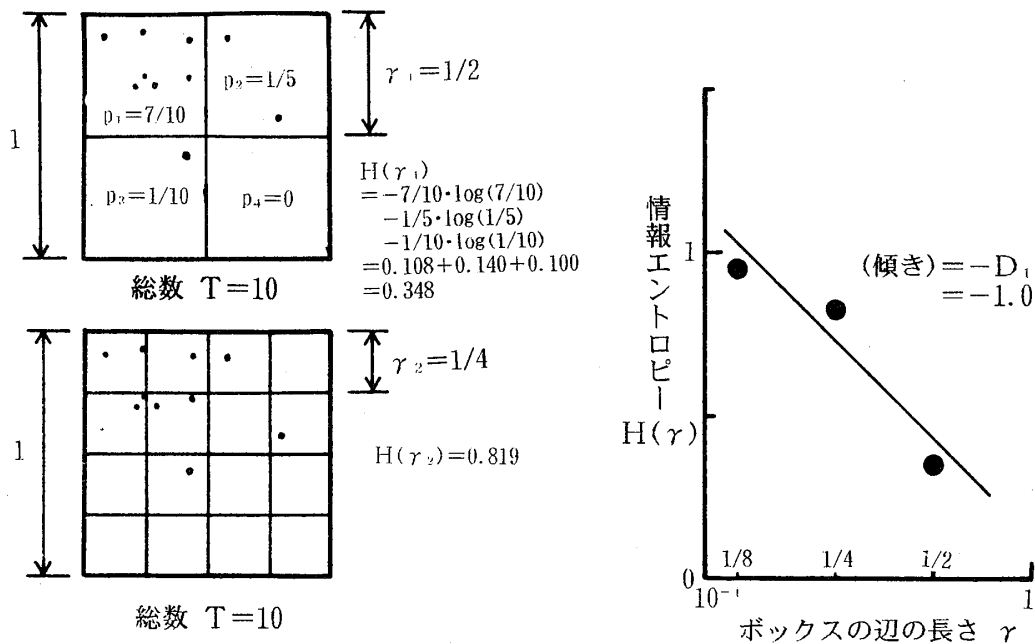
#### (3) 情報エントロピーより求める方法

先に述べた容量次元 $D_0$ は、ボックスの中に対象物があるか無いかをみたものであり、雲などのように濃淡があるような場合には、容量次元だけでその性質を十分表現することはできない。このような場合に、情報エント



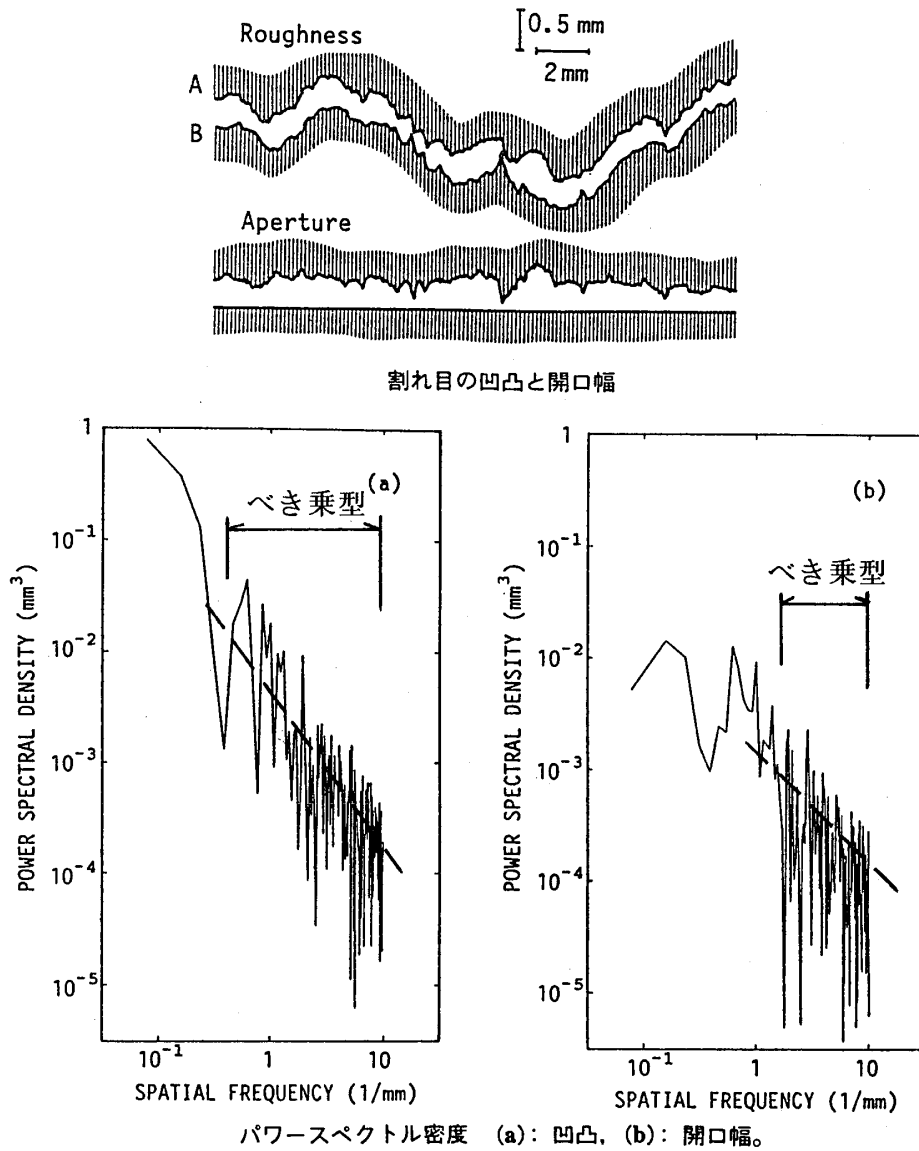
円の半径  $r$  を取り、円が  $r$  よりも大きい時の個数 (円の累積頻度)  $N(r)$  と円の半径  $r$  の関係を両対数グラフ上で検討する。この時、直線かんけいにある時、フラクタル性が成り立ち、その傾きの  $-1$  倍がフラクタル次元となる。

図B-2 分布関数法によるフラクタル解析  
Fig.B-2 Fractal analysis on the distribution function method



点の総数  $T$  が10の時、 $\gamma=1/2$ では、4個のボックスの各々の点の確率は、 $7/10, 1/5, 1/10, 0$ となる。情報エントロピー  $H(\gamma)$  は、この確率の累積であり、 $H(\gamma)=0.348$ となる。同様に、 $\gamma=1/4$ では、16個のボックスの各々の点の確率を求め、情報エントロピー  $H(\gamma)=0.819$ となる。フラクタル性が成り立つ場合、情報エントロピーは、ボックスの辺を小さくしていくと、片対数グラフ上で直線的に増加する (情報エントロピーは、常に  $H(\gamma) > 0$  である)。

図B-3 情報エントロピーを用いたフラクタル解析  
Fig.B-3 Fractal analysis on the method using information entropy



図B-4 スペクトルを用いたフラクタル解析 (木村・江崎 (1992) より)  
 Fig.B-4 Fractal analysis on the method using spectrum analysis (after KIMURA & EZAKI (1992))

ロピーを用いる方法が便利である。

この方法は、ボックスカウンティング法によって被覆された部分の情報エントロピー  $H(\gamma)$  を用いて検討する。ここに、情報エントロピーとは、

$$H(\gamma) = -\sum_i p_i(\gamma) \cdot \log p_i(\gamma)$$

で表される。ここで、 $p_i(\gamma)$  は、 $i$  番目のボックスに含まれる集合の確率である。一つの領域で計測された観測点の総数を  $T$  として、 $i$  番目のボックスに入る点の個数を  $C_i$  とすると、 $p_i = C_i / T$  で確率が評価できる。この時、情報次元  $D_1$  を次のように定義する (図B-3 参照)。

$$D_1 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{H(\gamma)}{\log(1/\gamma)}$$

もし確率分布が一様であるならば、つまり、確率  $p_i$  がどこでも同じならば、 $D_1 = D_0$  となる。一般には、 $D_1 \leq D_0$  である。

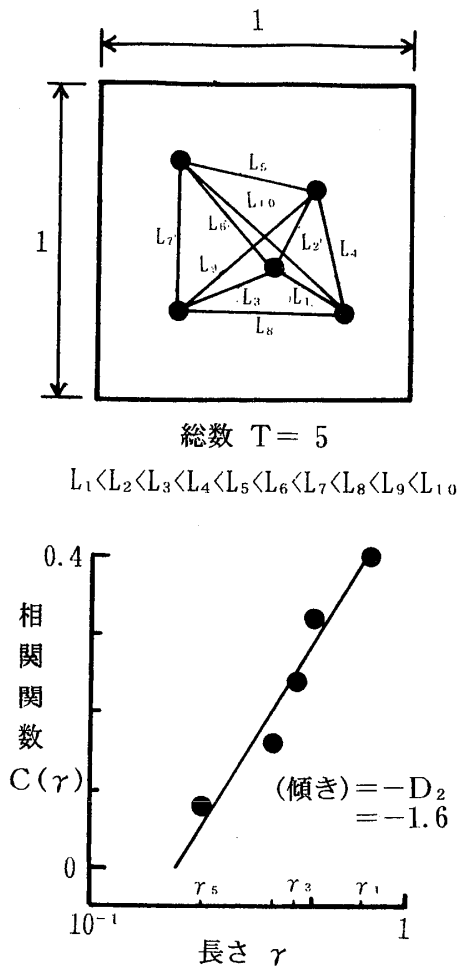
このことは、情報エントロピーを検討していくことで導き出せる。

情報エントロピーは、次式で表された。

$$H(\gamma) = -\sum_i p_i(\gamma) \cdot \log p_i(\gamma)$$

一様分布であるならば、確率  $p_i$  は、ボックスの総数を  $M(\gamma)$  とすれば、全てのボックスにおいて、





$r_1 > L_{10}$  のとき  
 $He(r - L_i) = 1 \quad (i=1, 2, \dots, 10)$   
 $C(r_1) = \frac{1}{5^2} \times 10 = \frac{2}{5}$

$L_9 > r_2 > L_8$  のとき  
 $He(r - L_i) = 0 \quad (i=9, 10)$   
 $He(r - L_j) = 1 \quad (j=1, 2, \dots, 8)$   
 $C(r_2) = \frac{1}{5^2} \times 8 = \frac{8}{25}$

$L_7 > r_3 > L_6$  のとき  
 $He(r - L_i) = 0 \quad (i=7, 8, 9, 10)$   
 $He(r - L_j) = 1 \quad (j=1, 2, \dots, 6)$   
 $C(r_3) = \frac{1}{5^2} \times 6 = \frac{6}{25}$

$L_5 > r_4 > L_4$  のとき  
 $He(r - L_i) = 0 \quad (i=5, 6, \dots, 10)$   
 $He(r - L_j) = 1 \quad (j=1, 2, 3, 4)$   
 $C(r_4) = \frac{1}{5^2} \times 4 = \frac{4}{25}$

点の総数  $T$  が 5 の時、全ての 2 点間のペアは 10 通りある。  
 相関関数  $C(r)$  は、別の表し方をすれば、

$$C(r) = \frac{1}{T^2} \quad (\tau \text{ よりも短い距離の 2 点のペアの数})$$

ということである。したがって、 $r_1$  の時は  $\sum He = 10$ 、 $r_2$  の時は  $\sum He = 8$ 、 $r_3$  の時は  $\sum He = 6$ 、 $r_4$  の時は  $\sum He = 4$  となり、相関関数  $C(r)$  がそれぞれ求められる (相関関数は常に  $0 < C(r) < 0.5$  である)。

図B-5 相関関数を用いたフラクタル解析

Fig. B-5 Fractal analysis on the method using correlation function

$$P_i(\gamma) = 1/M(\gamma)$$

となる。従って、情報エントロピーは、

$$\begin{aligned} H(\gamma) &= -\sum_{i=1}^{M(\gamma)} P_i(\gamma) \cdot \log P_i(\gamma) \\ &= -\sum_{i=1}^{M(\gamma)} \frac{1}{M(\gamma)} \cdot \log \frac{1}{M(\gamma)} \\ &= -\log \frac{1}{M(\gamma)} \\ &= \log M(\gamma) \end{aligned}$$

となり、情報エントロピー  $H(\gamma)$  が  $\log M(\gamma)$  に一

致する。容量次元  $D_0$  と情報次元  $D_1$  は、それぞれ以下の式である。

$$\begin{aligned} D_0 &= \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\log M(\gamma)}{\log(1/\gamma)} \\ D_1 &= \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{H(\gamma)}{\log(1/\gamma)} \end{aligned}$$

このことから、 $D_0 = D_1$  となる。

また、こうした考え方から、 $D_0 < D_1$  ということは理論的に有り得ない。仮に、 $D_0 < D_1$  という計測結果が出たとすれば、計測方法や次元の計算方法の誤差であると考えた方がよい。

なお、E次元ユークリッド空間（平面の場合：E=2，三次元空間の場合：E=3）において、 $D_1 < D_0 < E$ の関係が成り立つ場合、その対象物は、空間内に偏って分布し（部分集合の中に空集合が存在する）、且つその量（濃さや個数など）にも偏りがある（量の大きな部分集合と小さな部分集合が存在する）ことを示している。

(4) スペクトルより求める方法

割れ目の粗度や地震などにこのスペクトルを用いる方法がよく使用される。対象物の周波数をfとし、そのパワースペクトルをS(f)とすると、周波数のフラクタル次元 $D_f$ は次式により求める（図B-4参照<sup>14)</sup>。

$$D_f = \left[ \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{\log S(f)}{\log(1/\gamma)} + 5 \right] / 2$$

(5) 相関関数より求める方法

相関関数は、最も基本的な統計量の一つであるが、その関数型からフラクタル次元を求めることもできる。

観測点の総数をTとしたとき、2体相関関数の積分 $C(\gamma)$ を次のように定義する。

$$C(\gamma) = \frac{1}{T^2} \sum \text{He}(\gamma - \|x_i - x_j\|)$$

ここで、Heは、ヘビサイド関数とよばれ、 $z \geq 0$ なら $\text{He}(z) = 1$ 、 $z < 0$ なら $\text{He}(z) = 0$ である。 $\|x_i - x_j\|$ は、d次元ベクトル $x_i$ と $x_j$ の距離である。すなわち観測した点の全てのペアに関して2点間の距離を測り、その累積分布関数を求めれば $C(\gamma)$ となる。この時、相関次元 $D_2$ を次のように定義する（図B-5参照）。

$$D_2 = \lim_{\gamma \rightarrow 0} \frac{C(\gamma)}{\log(1/\gamma)}$$

この手法は、(1)の粗視化の度合いを変える方法や(3)の情報エントロピーを用いる方法でフラクタル次元を求められないような場合に用いられることが多い。

