

電子計算機による多層系地盤一次元圧密沈下解析

上 沢 弘

COMPUTER ANALYSIS FOR MULTI-LAYER SOIL SETTLEMENT SUBJECT TO ONE-DIMENSIONAL CONSOLIDATION

Hiroshi UESAWA

Abstract

This paper gives a brief description of a computer analysis for the settlement of multi-layered soils subject to a process of one-dimensional consolidation.

This program is performed by finite-differences approximations employing Murray's equations. The program can take account of the soil parameters of each layer and the continuity of flow equations at layer interfaces. Arbitrary forms of embankments, multi-stage construction loading duration of construction period can be treated by the program.

The accuracy of the solution obtained by using the computer program has been confirmed by comparison with a analytical solution.

1 まえがき

盛土の沈下は、地盤の性質をはじめとして、盛土の形状、段階盛土施工などの多くの要素によって影響を受けるもので、とくに軟弱地盤上における盛土や構造物の基礎を、安全に、しかも経済的に設計するためには、いろいろの要素が沈下に及ぼす影響を十分に把握することが必要である。このために、最近、日本においても、一層地盤^{1),2)}に対して、電子計算機を用いた解析法が発表されている。

しかしながら、多くの沖積層がそうであるように、多層系地盤に対しては、均質な地盤を仮定している Terzaghi の圧密理論は、厳密には適用できなくなる。このために³⁾ Abott (1960) は、差分法を用いて、はじめて多層系地盤に対する解析を行なった。ついで、Murray (1971)⁴⁾、(1973)⁵⁾ は、Abott の無次元時間分割法に対して、土層の厚さを任意に分割することによって、一次元ならびに多次元の圧密解析の数学的手順を、かなり単純化できる差分法を考案し、多層系地盤の解析を行なった。

この報文で述べる解析は、Murray の差分式を使用したものである。今回作成したプログラムは、各土層境界

での水の流れの連続性、および各土層における土質定数を考慮することができ、また、任意の盛土形状や段階盛土施工（プレロード除去を含む）についても計算することができるものである。

このプログラムの精度は、一層地盤モデルに対して、理論解と比較して両者が一致することによって確めた。

多層系地盤に関する解析結果として、2例を示してあるが、沈下に及ぼす各種要素の影響をすみやかに調べることができ、1例では、実測結果をあわせ記入した。

2 Murray の圧密差分式

Terzaghi によれば、一次元圧密を受ける均質な土層の圧密は、つぎの式で表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1)$$

ここに、 u : 過剰間ゲキ水圧

(以下文中では単に間ゲキ水圧と記す)

t : 時間

z : 深さ

c_v : 圧密係数

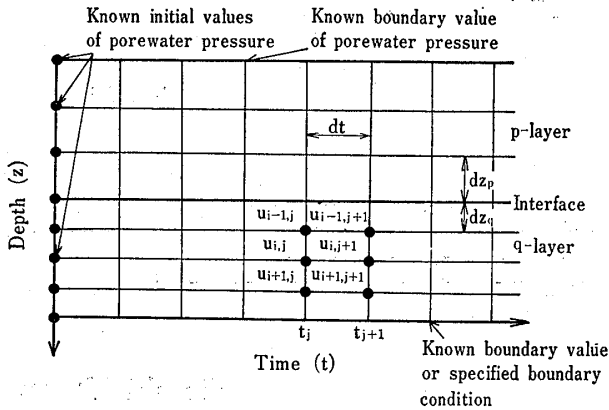


図-1 直交格子に分割した積分領域
Fig. 1 Region of integration subdivided into a rectangular grid.

Murray(1971)は、(1)式を用いて、差分近似式で求めている。図-1に示すように、全土層を dz で、経過時間を dt で分割した直交格子を考える。この直交格子において、安定で、計算時間をかなり短縮できるCrank-Nicholson による陰解差分法 (implicit finite differ-

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -r & 2+2r & -r & & & & \\ & -r & 2+2r & -r & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & & -r & 2+2r & -r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2r & 2+2r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j+1} \\ u_{2,j+1} \\ u_{3,j+1} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{n,j+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ r & 2-2r & r & & & & \\ & r & 2-2r & r & & & \\ & & \cdot & \cdot & \cdot & & \\ & & & \cdot & \cdot & \cdot & \\ & & & & r & 2-2r & r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2r & 2-2r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1,j} \\ u_{2,j} \\ u_{3,j} \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ u_{n,j} \end{bmatrix} \quad (4)$$

(4)式は、 Gauss の消去法を用いて解くことによって、時刻 j における間ゲキ水圧の値がわかっているならば、 dt 時間後の $j+1$ 時刻における間ゲキ水圧の値を求めることができる。したがって、初期時刻 $j=1$ における間ゲキ水圧 ($u_{1,1}, \dots, u_{n,1}$) がわかっておれば、任意の時刻における間ゲキ水圧を逐次求め得ることになる。初期時刻における間ゲキ水圧は、载荷によって生ずる地盤中の間ゲキ水圧であり、別途に求められるものである。

(4)式は、均質な地盤で片側排水の場合に成立する式であるが、両側排水の場合には、係数がわずかに変わるだけである。

また、図-1に示すように、土質の異なる p 層と q 層がある場合、それらの層の境界において、鉛直方向の流量は変化しないものとして差分式を求めると、つぎのよ

ces)を用いると、(1)式はつぎのように表わされる。

$$\frac{u_{i,j+1} - u_{i,j}}{dt} = \frac{c_v}{2} \left[\frac{u_{i+1,j+1} - 2 \cdot u_{i,j+1} + u_{i-1,j+1}}{dz^2} + \frac{u_{i+1,j} - 2 \cdot u_{i,j} + u_{i-1,j}}{dz^2} \right] \quad (2)$$

ここに、 u : 格子点の間ゲキ水圧
 i : 格子点の深さ軸の番号
 j : 格子点の時間軸の番号

(2)式において、 $r = (c_v \cdot dt) / dz^2$ として整理すると、

$$-r \cdot u_{i-1,j+1} + (2+2r) \cdot u_{i,j+1} - r \cdot u_{i+1,j+1} = r \cdot u_{i-1,j} + (2-2r) \cdot u_{i,j} + r \cdot u_{i+1,j} \quad (3)$$

となる。

(3)式の右辺は、時刻 j における3点の深さの間ゲキ水圧を含み、左辺は時刻 j から dt 時間後の時刻 $j+1$ における同じ深さの3点の間ゲキ水圧のみを含んでいる。この(3)式の関係は、すべての格子点について成立し、これらの式は n 元の連立方程式で表わされ、マトリックス表示を用いると、つぎのようになる。

うになる。

$$\begin{aligned} & -(r_p \cdot m_{v,p} \cdot dz_p) \cdot u_{i-1,j+1} + [(1+r_p) \cdot m_{v,p} \cdot dz_p + (1+r_q) \\ & \cdot m_{v,q} \cdot dz_q] \cdot u_{i,j+1} - r_q \cdot m_{v,q} \cdot dz_q \cdot u_{i+1,j+1} \\ & = (r_p \cdot m_{v,p} \cdot dz_p) \cdot u_{i-1,j} + [(1-r_p) \cdot m_{v,p} \cdot dz_p + (1-r_q) \cdot \\ & m_{v,q} \cdot dz_q] \cdot u_{i,j} + (r_q \cdot m_{v,q} \cdot dz_q) \cdot u_{i+1,j} \end{aligned} \quad (5)$$

ここに、 m_v : 体積圧縮係数
 p : p 層を示す
 q : q 層を示す

多層系地盤の解析に当っては、(3)式の代りに、(5)式が成立するとして使用する。

Murray の差分式の大要は以上のとおりであるが、その詳細は、Murray(1971)の論文の p. 16~19 に述べられている。

3 OYOプログラムの特徴

Murray(1971)は、かれの論文中には、個々のプログラムについては示していない。筆者の開発した多層系地盤一次元圧密沈下解析のプログラム（OYOプログラムと呼ぶ）の作成に当っては、2節に示したMurrayの差分式である(3)，(4)および(5)式を使用した⁶⁾が、個々のプログラムは新たに作成した。

OYOプログラムとMurrayのプログラムの主な相異点は、つぎの2点である。

(1) 荷重によって地盤中に生ずる間ゲキ水圧

OYOプログラムでは、Terzaghiの方法を用いている。すなわち、

$$u = \sigma_z \quad (6)$$

u : 間ゲキ水圧

σ_z : 荷重によって地盤に生ずる増加鉛直応力であり、Murrayプログラムでは、Skemptonの方法

$$u = B[\Delta\sigma_3 + A(\sigma_1 - \Delta\sigma_3)] \quad (7)$$

u : 間ゲキ水圧

A, B : Skemptonの間ゲキ水圧係数

(飽和粘土では、 $B = 1$)

$\Delta\sigma_1$: 荷重によって地盤に生ずる増加最大主応力

$\Delta\sigma_3$: 荷重によって地盤に生ずる増加最小主応力

を用いている。

(2) 地盤中の応力

OYOプログラムでは、図-2に示すように、盛土断面を一定の幅 Δl に分割し、その幅 Δl の部分には等分布荷重が作用するものとし、Boussinesqの帯状荷重の式

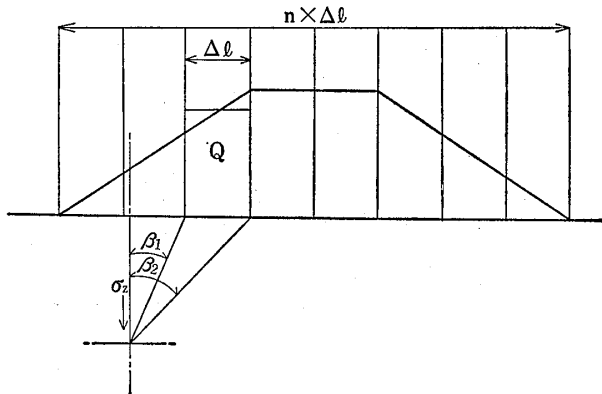


図-2 等分布帯状荷重による地盤内鉛直応力
Fig. 2 Vertical stress within soil mass under uniformly distributed strip load.

表-1 OYOプログラムとMURRAYプログラムの比較
Table. 1 Comparison with OYO-Program and MURRAY-Program

| | | |
|---------------------------|------------------------|---|
| プログラム名称 | OYO | R. T. MURRAY |
| 沈下計算法 | 慣習法 (Terzaghi法) | Skempton Bjerrumの方法 |
| 差分方程式 | Crank and Nicholson法 | Crank and Nicholson法 |
| 応力計算 | Boussinesqによる等分布帯状分割荷重 | Jürgenson 三角形荷重 |
| 間ゲキ水圧計算 | 慣習法 (Terzaghi法) | SkemptonによるA, B係数を使用する。ただし、 $B = 1$ とする。Aは主応力を求め、偏差応力からきめる。 |
| 層境界における水の流れる連続性の考慮 | 考慮 | 考慮 |
| 有効応力変化に伴う圧密定数変化の考慮 | 考慮 | 考慮 |
| 応力とヒミズミの関係の線型 (Terzaghi法) | 線型 (Terzaghi法) | 線型 (Terzaghi法) 非線型 |
| 二次圧密 | なし | 一次圧密90%終了後二次圧密を考慮する |
| 水平圧密 | なし | Local-One-Dimensional法で計算 |
| 盛土形状 | 任意 | 任意 |
| 段階盛土工 | 可能 | 可能 |

$$\sigma_z = \frac{Q}{\pi} [\sin(\beta_2 - \beta_1) \cos(\beta_2 + \beta_1) + (\beta_2 - \beta_1)] \quad (8)$$

σ_z : 地盤中に生ずる鉛直応力

Q : 圧密荷重

β_1, β_2 : 分割幅 Δl の両端の地盤上の点と地盤中の任意の点を結ぶ直線が鉛直となす角 (図-2 参照)

を用いており、一方、Murray プログラムでは、Jurgensen の三角形荷重分布を使用している。

OYO プログラムと Murray プログラムの比較を表-

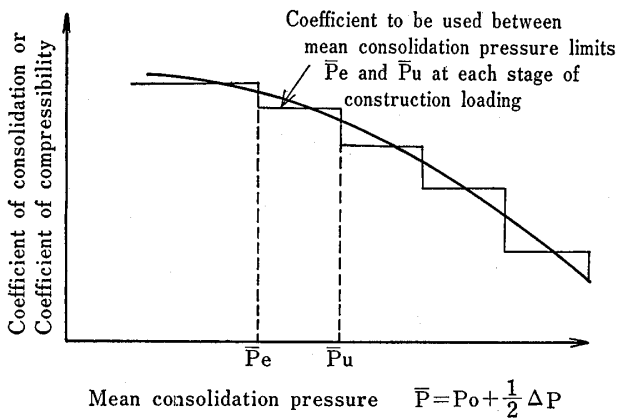


図-3 連続的に変化する曲線を階段線に置きかえる法
Fig. 3 Method of replacing continuously varying curve by step line.

1 に示す。表に示されているように、Murray のプログラムでは、二次圧密および水平圧密の計算ができる。

OYO プログラムにおいては、盛土荷重は、各段階ごとに、瞬間荷重するものとして、沈下を計算している。盛土の各段階ごとに、各土層における荷重直前の先行荷重 p_0 、および荷重によって生ずる圧密圧力の増分 Δp を計算し、平均圧密圧力 $\bar{P} = P_0 + \frac{1}{2} \Delta P$ における圧密係数 c_v および体積圧縮係数 m_v を求めるに当たっては、図-3 に

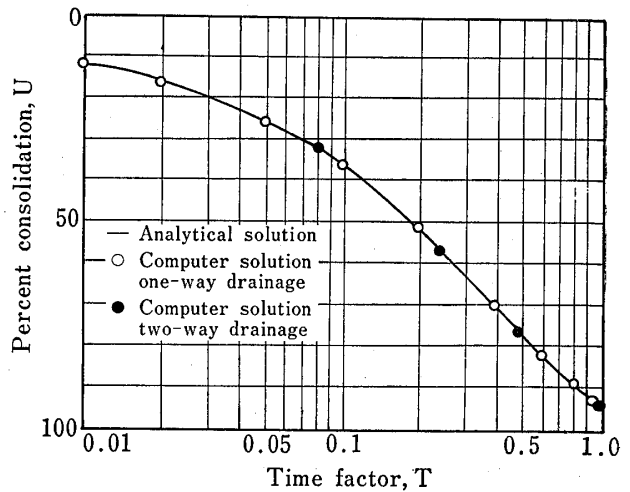


図-4 一層一次元圧密における散密解と差分による近似解との比較
Fig. 4 Comparison with analytical and computer solutions to a problem of one-dimensional consolidation in a homogeneous layer.

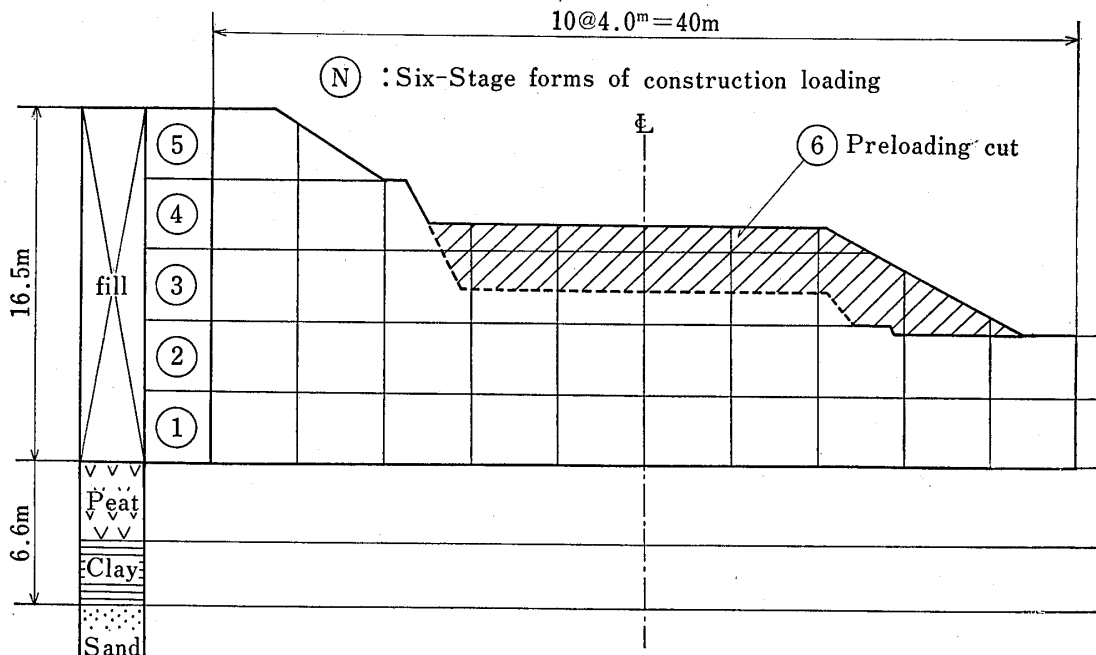


図-5 盛土断面
Fig. 5 Section of embankment

示すように、 \bar{P} と c_v (または m_v)の関係を表わす連続的に変化する曲線を、階段状曲線に置きかえ、図示するように、平均圧密圧力が \bar{P}_e から \bar{P}_u の間は一定値をとるものとした。また、載荷後 $M \cdot dt$ 時間(図-1に示す直交格子の $t_j = t_{M-1}$ 時に当る)経過したときの沈下量 S は、

$$S = \sum_{j=1}^{M-1} \sum_{i=1}^{n-1} m_{v,i} \cdot dz_i (u_{i,j+1} - u_{i,j}) \quad (9)$$

によって求められる。

したがって、計算精度は、土層の分割数(i)、鉛直応力(σ_z)を求めるための盛土分割幅(Δl)、盛土速度を近似するための盛土の段階数、平均圧密応力(\bar{P})に対応する圧密係数(c_v)および体積圧縮係数(m_v)を求めるときの階段区分の数によって異なってくる。

なお、計算過程において、沈下による盛土荷重の減少分については考慮していない。

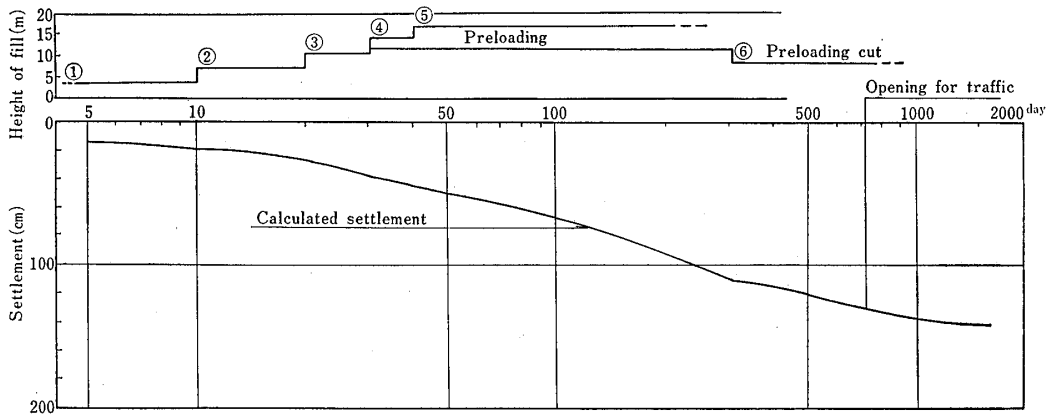


図-6 計算によって求められた盛土の沈下
Fig. 6 Calculated settlement of embankment

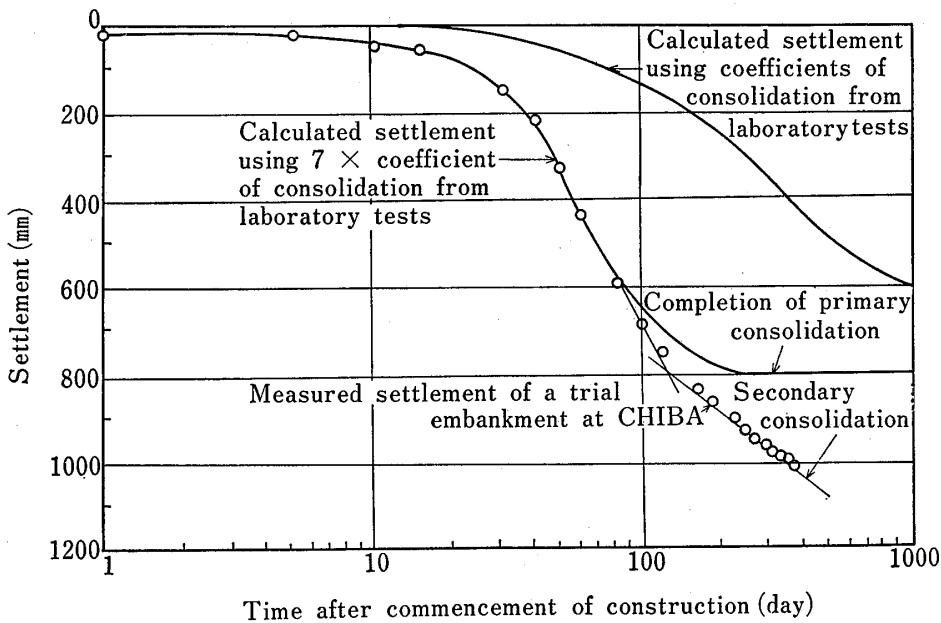


図-7 試験盛土の実測沈下と計算沈下の比較
Fig. 7 Comparison with the measured value and the calculated value of a trial embankment

4 一層地盤モデルにおける理論解とOYOプログラムによる近似解の比較

層厚 $z=20\text{m}$, 圧密係数 $c_v=100\text{m}^2/\text{year}$, 体積圧縮係数 $m_v=0.005\text{m}^2/\text{t}$ の一層地盤モデルに対して, 圧密荷重 $Q=10\text{t}/\text{m}^2$ が作用した場合に, 片側排水および両側排水の条件で求めたOYOプログラムによる近似解と理論解の比較を図-4に示す。この図によってわかるように, 両者は良い一致を示しており, このプログラムによる計算精度を確かめた。

5 計算例

(1) 造成団地の裾部に建設が予定されている鉄道の盛土の例である。図-5に示すように, 厚さ3.9mのピート層と厚さ2.7mの粘土層からなる厚さ6.6mの二層系地盤上に, 高さ16.5mの盛土が計画されている。盛土は, 図に示すように, 6段階盛土(最終段階はプレロード除去)である。盛土開始後730日で鉄道の開通が予定されており, 鉄道開通時における沈下量の予測を行なうことを目的としたものである。

盛土荷重については, 盛土断面の40mの間を幅4mの10箇のスライスに分割し, それぞれのスライスに対して盛土の各段階ごとに等分布荷重が作用するものとした。

軌道中心部の沈下計算結果は, 図-6に示すとおりであり, 鉄道開通時において, 一次圧密のみでも約10cmの残留沈下があることになった。

(2) 試験盛土における現場実測と計算結果を比較したものである。図-7に示すように, 粘土層(厚さ3m)ピート層(厚さ4.4m), 粘土層(厚さ2.3m)からなる三層系地盤の上に, 図-7の上部に示す載荷パターンによって, 高さ4.3mの盛土を行なった。実測沈下量は $\log t$ でプロットしてある(図中の・印)。一方, 多くの試料について実施した室内圧密試験の値の平均値を使用して行なった計算結果は, 図で明らかなように, 沈下速度に関し, 実測結果と大きくかけ離れている。そこで, c_v の値を試験値の7倍とし, p_0 の値を試験値の80%として計算した結果は, 一次圧密については, 実測値とよい一致を示し, 一次圧密は130日で終了していることが知られる。

6 むすび

多層系地盤の沈下計算は, 一般設計指針にあるように換算層を用い, また盛土速度による時間沈下曲線を補正法によって修正して行ってきた。しかしながら, 今回作成したプログラムを使用した電子計算機による圧密沈下の解析手法は, 盛土の形状, 段階盛土施工, プレロード除去のような複雑な条件をも考慮することができる上に, 計算結果を迅速に求めることができることは, 今後の沈下解析に役立つものと考えている。

参考文献

- 1) 波田耕吉郎(1976): 等時曲線による一次元圧密の解析(および電算による解法の紹介) 土と基礎 Vol. 24 No. 4 p.43-46
- 2) 瀬古隆三, 座親勝喜, 堀井克己, 西江俊介(1979): 段階盛土載荷した地盤の圧密沈下に関する計算法, 第14回土質工学研究発表会 p. 273-276
- 3) Abott, M.B.(1960): One-dimensional consolidation of multi-layerd soils. Geotechnique London pp. 151-165
- 4) Murray, RT (1971): Embankments constructed on soft foundations. Settlement Study at Avonmouth' Department of the Environment RRL Report LR 419 Crowthorne (Road Research Laboratory)
- 5) Murray, RT (1973): Computer program multi-layer soil settlement. Civil Engineering and Public works Review pp.1086-1089
- 6) 上沢 弘(1979): 多層系地盤沈下解析プログラムマニュアル OYO社内資料