

# ブーゲー異常再考 －ブーゲー乱れへのコンセプト・シフト－

野崎京三

## Bouguer anomaly revisited: A conceptual shift to the Bouguer disturbance

Kyozo Nozaki

### Abstract

The Bouguer anomaly has been reviewed in the geophysical and geodetic context of gravity anomaly from a standpoint of studying subsurface density structures. The main purpose is to remove the intrinsic defects involved in the current definition of the Bouguer anomaly, such as the residual centrifugal acceleration due to the Earth's rotation. Starting from the classical concept of the Bouguer anomaly, a new approach to the free-air anomaly has been shown based on the newly introduced concept of '*station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly*' that bases on the notion of the generalized Bouguer anomaly (GBA) proposed by Nozaki (2006).

The results indicate that (1) The *station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly* is nothing but the gravity disturbance (say, the Bouguer disturbance) in a rigorous sense, (2) This gravity anomaly is not affected by any centrifugal (inertial) acceleration and reflects the mass-attraction only, thus suitable for geophysical purposes of studying subsurface density structures, (3) The equation of the *station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly* is, by its definition, free from the assumption of the Bouguer reduction density and is valid in a rigorous sense even though the moved or removed topographic masses by the terrain and Bouguer corrections are completely restored, (4) This equation is equivalent to the fundamental equation of physical geodesy, thus consistent with the current framework of physical geodesy, and (5) These facts mediate between the geophysical gravity anomaly (typically, the gravity/Bouguer disturbance or the Bouguer anomaly in the classical sense) and the geodetic gravity anomaly (typically, the free-air anomaly in the Molodensky sense).

Some field examples for geophysical and geodetic applications of GBA are shown (e.g. Bouguer disturbance distribution).

**Keywords:** generalized Bouguer anomaly,  $\rho_B$ -free datum level of gravity reduction, free-air anomaly, Bouguer disturbance, station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly

### (要 旨)

ブーゲー異常の最も基本的な問題として、地下構造調査のための重力異常の観点からその物理的意味を再考した。

地下構造を目的として従来から一般的に利用されているブーゲー異常の定義式は、「この目的に適う重力異常(地球物理学的重力異常)」の定義式として適切ではない。この理由として、Heiskanen and Moritz (1967) による「現在のブーゲー異常 current or modern Bouguer anomaly」は、ジオイドなど「地球の幾何形状を扱うための重力異常(測地的な重力異常, 近似的に, フリー・エア異常)」の形式的な延長として定義されたものであり、地下の何処の密度構造異常を反映しているのかその物理的意味が曖昧であることや、地球自転による遠心力(慣性力)の影響が完全には除去されていないことなどが挙げられる。これらのことは、所謂「重力異常」に関して、主に地球の内部構造を問題とする地球物理学や主に地球の幾何形状を問題とする測地学など、各コミュニティ間での意思疎通を妨げ用語の混乱や誤解を招く主因にもなっていると思われる。

このような問題意識の下、本稿では、「現在のブーゲー異常」に内在する問題点を明らかにし、「一般化ブーゲー異常 generalized Bouguer anomaly」という考え方 (Nozaki, 2006) に基づいて「密度フリーな現点ブーゲー異常 station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly」という新しい概念を導入することで、上記の問題点が厳密にクリアーできることを示した。従来から使用されている「現在のブーゲー異常」は、実用上はともかく少なくとも地下構造調査を目的とした地球物理学的重力異常としての論理的観点からは廃止されるべきであり、これと対比されるべき重力異常として新たに定義した「(ジオイド上の) ブーゲー乱れ Bouguer disturbance」で置き換えられるべきである。併せて、富士山周辺の重力データを用い、両者の実例を紹介した。

キーワード：一般化ブーゲー異常，密度フリーな重力化成（リダクション）基準面，フリー・エア異常，ブーゲー乱れ，密度フリーな現点ブーゲー異常

## 1. はじめに

重力による地下構造調査において、最も単純且つ明快な問題設定は、「地表面での重力の絶対値（重力加速度）の分布を境界条件として、地球内部の質量分布による万有引力の評価から密度構造を調べる」というものであろう。この際、地球自転に伴う遠心力などの見掛けの力（慣性力）を除外しなければならないことは言うまでもないが、問題の設定はこれですべて終わったと言っても過言ではない。しかし、地表付近で約980 Gal ( $1 \text{ Gal} = 10^{-2} \text{ m/s}^2$ ) という圧倒的な大きさの地球重力場の中からその1万分の1乃至は10億分の1の大きさの重力の異常を検出することによって地下構造を議論するというこの問題設定では、肝心の重力の異常個所を見落とす恐れが多分にある。そこで、より現実的な問題設定として、「実測重力の標準的な値または理論的な予測値からのずれを境界条件とする」という考えが自然に生じてくる。即ち、「観測重力」と「参照重力」との差としての所謂「重力異常」を境界条件にするという考えである。

ブーゲー異常は、このような「重力異常」の一つとして、地下構造を議論するための重力異常として従来から利用に供されてきている。ところが奇妙な事に、現在使われているブーゲー異常はそのような定義にはなっていない。言い換えれば、ブーゲー異常の現在の定義式は、「地下構造を扱うための重力異常（地球物理学的重力異常）」の定義式として適切ではない。

その理由として、次節で詳しく述べるように、Heiskanen and Moritz (1967)<sup>1)</sup> による「ブーゲー異常 Bouguer anomaly」(以下では便宜上、「現在のブーゲー異常 (current or modern Bouguer anomaly)」と呼ぶ) は、ジオイドなど「地球の幾何形状を扱うための重力異常（測地学的重力異常、近似的に、フリー・エア異常）」の形式的な延長として天降的に定義されたものであることが挙げられる。具体的には、①地下の何処の密度構造異常を反映しているのかその物理的意味が曖昧であることや、②ジ

オイドと正規楕円体間の正規重力場の鉛直勾配の影響、及び、地形質量の影響が含まれていること、③地下構造調査にとっては不要な地球自転による遠心力（慣性力）の影響が完全には除去されていないこと、④ジオイド高が陽（パラメトリック）に表現されていないことなどである。このことは、所謂「重力異常」に関して、地球の内部構造を主に問題とする「地球物理学コミュニティ」や地球の幾何形状を主に問題とする「測地学コミュニティ」など、重力関連の各コミュニティ間での意思の疎通を妨げ用語の混乱・誤解を招く主因にもなっていると思われる。

このような問題意識の下、本稿では、ブーゲー異常について、原理的な問題として（実用上の問題とは別に）、地下構造調査のための重力異常の観点からその物理的意味を再考することにした。

そのため、まず、ブーゲー異常の歴史的変遷や現在の問題点について考察し、「現在のブーゲー異常」に内在する矛盾点を明らかにする。続いて、「一般化ブーゲー異常 generalized Bouguer anomaly」という考え方 (Nozaki, 2006)<sup>2)</sup> に基づいて「(現点での) 密度フリーなブーゲー異常 (station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly)」という新しい概念を導入する。このことにより、上記の不適切な点が厳密にクリアーできることを示す。また、「地球物理学的重力異常」と「測地学的重力異常」との関係が、物理測地学の基本方程式を介して明確になることを示す。最後に、従来からの「現在のブーゲー異常」と対比されるべき地球物理学的重力異常として「(ジオイド上の) ブーゲー乱れ Bouguer disturbance」を新たに定義し、両者の違いについて検討する。併せて、富士山周辺の重力データを用い、両者の実例を紹介する。

なお、本稿の第3章・第4章は、主に「一般化ブーゲー異常」の定義や定式化について Nozaki (2006)<sup>2)</sup> の概要を解説した部分に相当する。第2章と第5章以下は、本稿で新しく述べる部分である。主な技術用語の和英対応一覧を付録Aに示した。

## 2. ブーゲー異常の歴史的背景と問題点

「現在のブーゲー異常」は、その歴史の変遷の過程の中で、地下構造調査というその本来の目的が歪められていると思われる。本節では、ブーゲー異常の歴史的背景について概観し、その現在における問題点と対処方法について述べる。

### 2.1 歴史的背景

#### (1) ピエール・ブーゲーの考え

ブーゲー異常は、従来から主に地球物理や物理探査の分野において、地下構造を調査するための重力異常として長く利用されてきている。よく知られているように、ブーゲー異常という呼び名は、フランスの測地学者ピエール・ブーゲー (Pierre Bouguer, 1698-1758) に因んでいる。彼は、エクアドルのキトーとピチンチャ山山頂で振り子による重力の測定実験を実施し、その実験の中で、キトーでの観測重力と理論重力との差の原因について議論している [Bouguer (1749)<sup>3)</sup>, Mackenzie (1900)<sup>4)</sup>, pp. 27-33, Jeffreys (1976)<sup>5)</sup>, pp. 225-226 を参照]。実験には非常な困難が伴ったことはさておき、彼は、理論重力の予測計算の中で、今日ブーゲー補正と呼ばれている地形質量に対する補正の考えを導入している。また、この地形質量に対する補正とフリー・エア補正とを考慮することにより、キトーでの観測重力と比較すべき参照重力を予測している。この際、両者の比較が1地点 (キトーでの観測点) で行なわれていることに注意しておこう。このような「1地点での比較」は、観測重力と理論重力との差の原因を地下構造に求めようとした彼の立場 (「古典的ブーゲー異常」の立場) からすれば、極めて自然な考えであることにも注意しておこう。

#### (2) 古典的ブーゲー異常

その後、新しい測地基準系1967 (IAG, 1971)<sup>6)</sup> が登場する1960年代半ばまで (或いは、地球物理学の分野では現在においても)、「古典的ブーゲー異常」は、ブーゲー以来の「1地点での比較」の流れを踏襲し、ジオイド上に化成された観測重力と同じくジオイド上における参照重力 (標準重力) との差で定義されてきた [例えば、Parasnis (1997)<sup>7)</sup>, p. 72 を参照]。この際、ジオイド面と準楕円体面との区別はなされていない。また、参照重力は標準重力に等しいとおかれてきた [例えば、Nettleton (1940)<sup>8)</sup>, Heiland (1946)<sup>9)</sup> など]。或いは、参照重力と標準重力とは区別されていない [例えば、Tsuboi (1938)<sup>10)</sup>, Tsuboi and Fuchida (1938)<sup>11)</sup>, Garland (1965)<sup>12)</sup>, Parasnis (1997)<sup>7)</sup> などを参照]。実際、Garland (1965) は、その著書の中で次のように述べている: “an anomaly of gravity is defined by the difference between the observed (or reduced) gravity at some point and the theoretical value predicted for the same point.”

(Garland, 1965, p. 50)<sup>12)</sup>”。即ち、(地下構造を目的とした) 重力の異常は、ある地点における観測重力 (または、化成された観測重力) とその同じ地点にて予測された理論重力との差で定義される。なお、Tsuboi (1938)<sup>13)</sup> は、ブーゲー異常はジオイド上ではなく地表面で与えられるべきであるという考え (現点ブーゲー異常 station Bouguer anomaly) を提案している。

ここで注意しておくべき点は、「古典的ブーゲー異常」においては、観測重力と参照重力との比較をする際、その比較場所が観測地点、ジオイド上、ある特定の高さの地点と目的に応じて変化することがあっても常に「1地点での比較」という考えに立脚して定義されているということである。

#### (3) 現在のブーゲー異常

これに対し、「現在のブーゲー異常」においては、国際測地学協会によって正規重力式1967 (IAG, 1971)<sup>6)</sup> が採用されたことを受けて、遅くともこれ以降、観測重力と参照重力との比較がジオイド面と正規楕円体面という、観測点を通る鉛直線に沿って高さの異なる「2地点での比較」として定義されている [Heiskanen and Moritz (1967), p.131]<sup>1)</sup>。言い換えれば、「現在のブーゲー異常」は、ジオイド上にブーゲー化成された観測重力と正規楕円体上で計算される正規重力 (参照重力) との差によって定義されている。地下構造調査の観点からは一見不可解なこの定義は、測地学における重力ジオイド計算で必要となる測地学的な重力異常 (近似的に、フリー・エア異常) の定義を形式的に延長してブーゲー異常に適用した結果であると思われる。それでいて測地学においてはブーゲー異常は無用とまでは言わないまでも補助的な使われ方をしていない (測地学的には、フリー・エア異常が主役であり、「2地点での比較」として定義されている。これは「もし地球内部に質量異常が無ければ一致すべきジオイド上の1地点と正規楕円体上の1地点」という意味で、むしろこうあるべきである)。

ここで留意すべき点は、このように「2地点での比較」として定義された重力異常には、「地球の自転に伴う遠心力加速度の2地点での差」が原理的に含まれることである。量的には僅か (ジオイド高50m に対して数10マイクロガル) ではあっても、遠心力のような見掛けの力 (慣性力) が含まれた「現在のブーゲー異常」の定義式は、万有引力によって地下構造を調べることを目的とする重力異常の定義式として好ましいものではない。地下構造を目的とした重力異常においては、原理的な話として、慣性力は完全に除去されていなければならない。

#### (4) 近年の動き

上に述べたように、1960年代半ば以降、地下構造調査を目的とした重力異常としての「古典的ブーゲー異常」と測地学的な重力異常に起源を持つと思われる「現在のブーゲー異常」との2つの考え方が並存している (共存ではな

い。Not 'co-existence' but 'parallel-existence'。この事情は、測地学におけるモロデンスキー理論 [Molodensky et al. (1962)<sup>14</sup>, in Russian in 1960] がこれと前後して登場したことにより、より一層鮮明になった。即ち、所謂「重力異常」は、地球の内部構造を扱うための重力異常としての「地球物理学的重力異常（古典的ブーゲー異常）」と地球の幾何形状を扱うための重力異常としての「測地学的重力異常（モロデンスキーの意味でのフリー・エア異常）」との2つの流れに分れた。この状況は、Moritz (1990)<sup>15</sup> によって次のように象徴的に述べられている：“*The extremely important and influential theory of Molodensky postulated that geodesy be restricted to the earth's surface and its external gravitational field; the internal earth's structure, including the internal gravity field, should be left to geophysics*”。

これ以来、物理測地学における「重力異常」は、固体地球外部での重力場を対象として理論面・実用面双方において大いに発展してきている [例えば、Heiskanen and Moritz (1967)<sup>1</sup>, Torge (1989)<sup>16</sup>, Torge (2001)<sup>17</sup>, Hofmann-Wellenhof and Moritz (2005)<sup>18</sup> などを参照]。更に、1990年代になって汎地球測位システム (GPS) が実用化されたことによって、GPS 支援下の重力測量における「重力乱れ gravity disturbance」の重要性が「(測地学的) 重力異常 gravity anomaly」にも増して強調されている [Hagiwara (1991)<sup>19</sup>]。最近になって、Hackney and Featherstone (2003)<sup>20</sup> は、測地学の観点から測地学的重力異常と地球物理学的重力異常について議論している。また、Vaniček et al. (2004)<sup>21</sup> も、主に物理測地学の視点から「ブーゲー異常」について議論している。

一方、地球物理学や物理探査の観点からは近年までこの種の議論はなされておらず、筆者の知る限りでは、Nozaki et al. (1993)<sup>22</sup> が「古典的ブーゲー異常」の一般化をごく初歩的な試みとして行なっているだけであった。地球物理学の分野においては、測地学的な重力異常の形式的延長として定義された「現在のブーゲー異常」を「古典的ブーゲー異常」の意味で代用しているのが実情であると言えよう。最近においては、Li and Götze (2001)<sup>23</sup> が、GPS 測量の成果を援用することにより「楕円体に準拠した重力異常 ellipsoid-based gravity anomaly」という地下構造調査のための重力異常を提案している。ただし、これにはジオイドという物理量が入っていない（というよりも意識的にこれを排除している）。これは丁度、「古典的ブーゲー異常」が「ジオイドに準拠した重力異常 geoid-based gravity anomaly」であり、正規楕円体（または、ジオイド高）を考慮していなかったことと表裏の関係にある。またその一方で、Nozaki (2006)<sup>2</sup> は、古典的なブーゲー異常の一般化として「一般化ブーゲー異常 generalized Bouguer anomaly」という考え方を提案し、ジオイドと正規楕円体との双方を考慮した上で「現在のブーゲー異常」に内在する矛盾点とその解消法について議

論している。

## 2.2 問題点と対処方法

現在においては、地球重力場という同一の重力場を対象としながら「古典的ブーゲー異常（地球物理学的重力異常）」と「現在のブーゲー異常（測地学的重力異常の形式的延長）」という二つのブーゲー異常が並存している。

本節では、前節でレビューしたブーゲー異常に関する問題点を要約し、その対処方法について述べる。

### (1) 「現在のブーゲー異常」の地球物理学的問題点

「現在のブーゲー異常」は、「観測重力と参照重力との比較」をポテンシャル値は等しいが幾何学的位置が異なる2地点（例えば、重力観測点を通る鉛直線に沿った「ジオイド面」上と「正規楕円体面」上の2地点）での値の差をとることによって定義されている（図-1参照）。即ち、現在のブーゲー異常を  $\Delta g_B^{Modern}$  とすると、

$$\Delta g_B^{Modern} := g_B^{Geoid} - \gamma_o^{Ellipsoid} \quad (1)$$

ここで、 $g_B^{Geoid}$  は、ジオイド上にブーゲー化成された観測重力を、 $\gamma_o^{Ellipsoid}$  は、正規楕円体上で計算される正規重力を表わす（コロンのイコール colon equal ' := ' は、右辺で左辺を定義する意味で用いる。以下同様。）。

そのため、地球の内部構造を目的とする地球物理学的重力異常にとって、次のような不都合が生じる：

- ① 地下の何処の密度構造異常を反映しているのかその物理的意味が曖昧であること、
- ② ジオイド-正規楕円体間の正規重力場の鉛直勾配の影響、及び、地形質量の影響が含まれていること、
- ③ 地下構造調査にとっては不要な「地球自転による遠心力（慣性力）の影響」が完全には除去されていないこと。

また、これらの不都合を看過し易くしている要因として、現在のブーゲー異常の表現式で

- ④ ジオイド高が陽（パラメトリック）に表現されていないことを挙げる事ができる。

### (2) 「古典的ブーゲー異常」の測地学的問題点

「古典的ブーゲー異常」は、「観測重力と参照重力との比較」をポテンシャル値は異なるが幾何学的位置が等しい1地点（例えば、重力観測点を通る鉛直線に沿った「ジオイド面」上の1地点）での値の差をとることによって定義されている（図-1参照）。即ち、古典的ブーゲー異常を  $\Delta g_B^{Classical}$  とすると、

$$\Delta g_B^{Classical} := g_B^{Geoid} - \gamma_{ref}^{Geoid} \quad (2)$$

## Classical BA and Modern BA

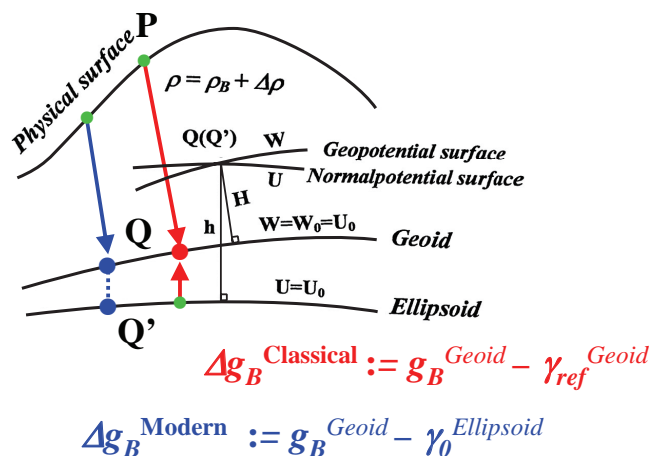


図-1 古典的ブーゲー異常と現在のブーゲー異常との考え方の違い。

Fig. 1 Conceptual illustration of defining the 'classical' and 'modern' Bouguer anomalies. The classical Bouguer anomaly  $\Delta g_B^{\text{Classical}}$  is defined by the difference between the Bouguer-reduced observed gravity  $g_B^{\text{Geoid}}$  and the reference gravity  $\gamma_{\text{ref}}^{\text{Geoid}}$  upon a common datum level of the geoid (at Q). The modern or current Bouguer anomaly  $\Delta g_B^{\text{Modern}}$  is defined by the difference between the Bouguer-reduced observed gravity  $g_B^{\text{Geoid}}$  upon the geoid (at Q) and the normal gravity  $\gamma_0^{\text{Ellipsoid}}$  upon the normal ellipsoid (at Q'). The comparison between the observed and reference gravities may be done at an arbitrary elevation (H: geoid-based height, h: ellipsoid-based height). W and U denote the geopotential value at an arbitrary position Q(Q') and the normal potential value at Q(Q'), respectively (generally,  $W \neq U$ ).  $U_0$  denotes the normal potential value on the normal ellipsoid.  $W_0$  denotes the geopotential value on the geoid ( $W_0 = U_0$ ). The density of the actual Earth is  $\rho = \rho_B + \Delta\rho$ , where  $\rho_B$  is the Bouguer reduction density and  $\Delta\rho$  is the deviatoric one.

ここで、 $g_B^{\text{Geoid}}$  は、ジオイド上にブーゲー化成された観測重力を、 $\gamma_{\text{ref}}^{\text{Geoid}}$  は、同じくジオイド上に化成された参照重力（標準重力）を表わす。これは、一面では「ジオイド高を知らなくてもジオイドに準拠した高さ (geoid-based height) を決定することができる」という事実、言い換えれば、地下構造調査にとって楕円体（準拠楕円体）は必ずしも必要ではないという事情を反映した結果ともいえる。

そのため、地球の幾何形状を目的とする測地学的重力異常にとって、次のような不都合が生じる：

- ⑤ ジオイド高の概念が欠落しており、正規楕円体上で計算される正規重力を参照重力として合理的に位置付けすることが困難であること。
- ⑥ 古典的ブーゲー異常の定義式が、通常は「平面近似式」として与えられており、より高次の近似式（例えば、球面近似式、楕円体面近似式など）として表現されていないこと。

### (3) 対処方法

地球物理学・物理探査の分野では、上記の問題点を孕んだまま、「現在のブーゲー異常」を「古典的ブーゲー異常」の意味で代用または流用しているのが現状であると思われる。この事情が、地球物理学コミュニティ-測地学コミュニティ間での重力異常に関する用語の混乱や誤解を招いている主要因にもなっていると考えられる。加えて、測地学分野では「重力異常 gravity anomaly」が普通名詞としてではなく、「重力乱れ gravity disturbance」の対

立概念として特別の固有名詞（近似的に、フリー・エア異常を指すテクニカル・ターム）として使用されていることも、混乱を助長していると思われる。

以下に、上述した問題点に対する処方箋について考察する。

[問題点①, ②, ③] については「観測重力値」と「参照重力値」とを比較する地点を幾何学的に同じ位置にすることで、クリアーできる。即ち、[現在のブーゲー異常の定義]: ポテンシャルは等しいが幾何学的位置が異なる 2 地点（例えば、ジオイド面と正規楕円体面）での比較から、[古典的ブーゲー異常の考え方]: ポテンシャルは異なるが幾何学的位置が等しい 1 地点（例えば、ジオイド面）での比較への回帰で対応できると考えられる。この意味で本稿が立脚する考え方は「新古典的」であるといえる。

[問題点④] については、定式化の際、正規重力場とジオイド高とを陽（パラメトリック）に考慮することで対処可能であろう。

[問題点⑤] については、「参照重力」の取り方に改善の余地が残されている。参照重力として何を採用するかは、その物理的意味が明確で数学的に記述可能であれば目的によりけりである。地下構造調査を目的とする「地球物理学的重力異常」の場合、後述するような

「プレイ化成された参照重力場 Prey reduced reference gravity field」の導入が考えられる（プレイ化成については、例えば Heiskanen and Moritz, 1967<sup>1)</sup>, p.146, pp. 163-165 を参照）。これは、ジオイドが地表の上にくる例えば死海のような特別の地域を除く陸域の殆どの地域においては、楕円体若しくはジオイドの上方にも地形質量が分布しているという事実に対応した「参照密度場」を考えたことに相当する。

【問題点⑥】については、従来からの平面近似に代わって、ここでは球面近似の枠組みで議論することにする。

残された課題点は、以上に述べた処方箋から導かれる「新しいブーゲー異常＝地球物理学的重力異常（ブーゲー乱れ）」と物理測地学の枠組みで言う「測地学的重力異常（重力異常、近似的にフリー・エア異常）」との関係を明らかにすることである。この点が本稿の主題である。

3. ブーゲー異常の一般化

以下では、前節で述べたブーゲー異常／重力異常に関する問題点とその対処法を考慮して具体的な議論を進めることにする。

3.1 一般化ブーゲー異常の定義

地球物理学的な重力異常においては、観測重力と参照重力とを同じ地点において比較すべきであるという考え

に基づき、ここでは一般化ブーゲー異常の考え [Nozaki (2006)<sup>2)</sup>, p. 289] を採用する。なお、本稿で用いる高さの計測システムは、特に断らない限りジオイドに準拠した通常の標高（＝正標高 orthometric height）である。

一般化ブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd}$  は、任意の高さ（正標高） $H_d$  を持つ基準面に化成された観測重力と参照重力との差で定義され、次式によって表現される：

$$\Delta g_{p,Hd} := g_{p,Hd} - \gamma_{Hd} \quad (3)$$

ここで、 $g_{p,Hd}$  は、標高  $H_d$  にブーゲー化成またはプレイ化成された観測重力を、 $\gamma_{Hd}$  は、同じ高さ  $H_d$  にプレイ化成された参照重力を表わす（図－2 参照）

3.2 一般化ブーゲー異常の定式化

$g_{p,Hd}$  及び  $\gamma_{Hd}$  は、球面近似において、それぞれ以下の式で与えられる：

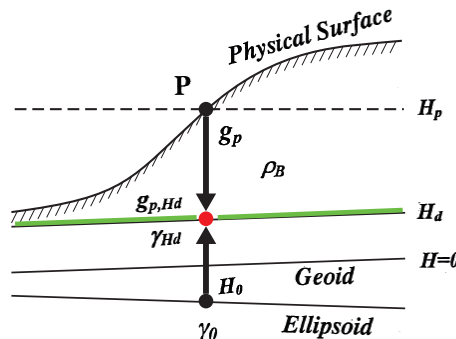
$$g_{p,Hd} = \left[ g_p + \rho_B IC_p(\psi) + \int_{r_p}^{H_d} 2\pi G \rho_B H^+(\psi) dr + \int_{r_p}^{H_d} \left( \frac{\partial \gamma}{\partial r} + \frac{\partial \Delta g}{\partial r} \right) dr \right] \quad (4)$$

及び

$$\gamma_{Hd} = \left\langle \gamma_0 + \int_{r_0}^{H_d} \left\{ 2\pi G \rho_B [H^+(\psi) - H^-(\psi)] + \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right\} dr \right\rangle \quad (5)$$

(4) 式右辺の第2, 3, 4項は、夫々、地形補正、ブーゲー補正、フリー・エア補正に対応している。(5) 式右辺の第2項は、

Definition of the generalized Bouguer anomaly (GBA)  $\Delta g_{p,Hd}$



$$\Delta g_{p,Hd} := g_{p,Hd} - \gamma_{Hd} \quad (\text{Nozaki, 2006})$$

図－2 一般化ブーゲー異常の概念

Fig. 2 A conceptual illustration explaining the definition of the generalized Bouguer anomaly upon an arbitrary elevation  $H_d$ . The generalized Bouguer anomaly ( $\Delta g_{p,Hd}$ ) is defined by  $\Delta g_{p,Hd} := g_{p,Hd} - \gamma_{Hd}$ .  $g_{p,Hd}$  and  $\gamma_{Hd}$  denote the reduced observed gravity and the reference gravity at the common datum level  $H_d$ , respectively.  $\rho_B$  denotes the Bouguer reduction density. The reference gravity field is within the Earth's mass distribution.

参照重力場のブレイ化成に対応している。これ以外の記号の意味は、以下のとおりである：

$g_p$ : 重力点Pにおける観測重力値,  
 $H_p$ : 重力点Pの標高 (正標高),  
 $H_d$ : 重力化成基準面の標高,  
 $H_0$ : 正規楕円体面の標高,  
 $\gamma_0$ : (正規楕円体上で計算される) 正規重力値,  
 $TC_p(\psi)$ : 重力点Pでの単位密度に対する球面地形補正量,  
 $\rho_B$ : ブーゲー化成密度 (一定値),  
 $G$ : ニュートンの万有引力定数,  
 $\partial\gamma/\partial r$ : 正規重力場の鉛直勾配,  
 $\partial\Delta g$ : 球面地形補正・球面ブーゲー補正後の重力鉛直勾配異常,  
 $r$ : 地心距離 (上方が正),  
 $H^+(\psi)$ : 重力球面補正 (地形及びブーゲー補正) における球面ファクター,  
 $\psi$ : 重力球面補正 (地形及びブーゲー補正) における切断角。

重力球面補正については、野崎 (1981)<sup>24)</sup> を参照されたい。関数  $H^+(\psi)$  と  $H^-(\psi)$  は、切断角  $\psi$  の薄い球帽による重力の振舞いを特徴付ける関数であり、次式で与えられる [野崎 (1999)<sup>25)</sup>] :

$$H^\pm(\psi) = \sqrt{\frac{1 - \cos \psi}{2}} \pm 1, \quad (6)$$

(複号同順、以下同様)。(6) 式より明らかに、切断角  $\psi$  に拠らない次の恒等式が成り立つ：

$$H^+(\psi) - H^-(\psi) \equiv 2. \quad (7)$$

(4) 式、(5) 式を (3) 式に代入し、ブーゲー化成密度  $\rho_B$  について整理すると、

$$\begin{aligned} \Delta g_{p,Hd} = & FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial\gamma}{\partial r} dr + \int_{H_p}^{Hd} \frac{\partial\Delta g}{\partial r} dr \\ & + \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{H_p}^{Hd} 2\pi G H^+(\psi) dr \right. \\ & \left. - \int_{H_0}^{Hd} 2\pi G [H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\}. \quad (8) \end{aligned}$$

ここで、 $FA$  はフリー・エア異常であり、

$$FA := \left( g_p + \int_{H_p}^0 \frac{\partial\gamma}{\partial r} dr \right) - \gamma_0. \quad (9)$$

(8) 式は、 $H_d < H_p$ 、 $H_d > H_p$  いずれの場合でも同じ形で表現されること (Nozaki (2006)<sup>2)</sup>) に留意しておこう。(8) 式右辺カッコ内の3つの項は、それぞれ、観測重力値に

対する地形補正、ブーゲー補正、及び、参照重力値に対するブレイ補正 (地形質量に関する順補正) に相当する。

なお、(9) 式において、 $FA$  は、ここでは古典的な意味でのフリー・エア異常 [即ち、地表 (標高  $H=H_p$ ) から重力鉛直勾配異常を無視してジオイド上 ( $H=0$ ) にフリー・エア化成された観測重力  $g_p$  と正規楕円体上で計算される正規重力  $\gamma_0$  との差] として記述しているが、留意すべき点は、 $FA$  が既知量から計算可能な量 (右辺) である点である。

また、一般化ブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd}$  の基準面標高  $H_d$  に対する変化率 (ここでは、リダクション・レートと呼ぶことにする) は、

$$\frac{\partial \Delta g_{p,Hd}}{\partial H_d} = 2\pi G \rho_B H^-(\psi) + \frac{\partial \Delta g}{\partial r}. \quad (10)$$

#### 4. ブーゲー密度への非依存条件と密度フリーなブーゲー異常

##### 4.1 密度フリーな重力化成 (リダクション) 基準面

次に、一般化ブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd}$  がブーゲー化成密度  $\rho_B$  によらず常に一定値をとるような特別の重力化成基準面 (ここでは「密度フリーな重力化成基準面」と呼ぶことにする) を導入する。その条件 (ここでは「密度フリー条件」と呼ぶことにする) は、(8) 式右辺の {中カッコ} 内がゼロとなるように  $H_d$  を定めることである。即ち、次式で与えられる：

$$\frac{\partial \Delta g_{p,Hd}}{\partial \rho_B} = 0. \quad (11)$$

この密度フリー条件から、直ちに密度フリーな重力化成基準面の標高  $H_{d0}$  を得る：

$$H_{d0} = H_p + \frac{2(H_p - H_0)}{H^-(\psi)} - \frac{TC_p(\psi)}{2\pi G H^-(\psi)}. \quad (12)$$

$H_{d0}$  は、(12)式右辺を見れば明らかのように、正規楕円体の標高  $H_0$  が既知であれば、計算可能な量である。 $H_0$  は、これが滑らかであることを仮定すれば少なくとも原理的にはある調査範囲全体の平均値として推定可能な量である (Nozaki, 2006)<sup>2)</sup>。 $H_{d0}$  は、重力観測点毎に定義されるため、水平座標  $(x,y)$  の関数として面  $H_{d0}(x,y)$  を張る。面  $H_{d0}(x,y)$  は、単一の等ポテンシャル面ではなく、地形表面やテルロイドのように起伏をもつ面である。言い換えれば、面  $H_{d0}(x,y)$  は、重力観測点の位置に依存して高さが横方向に変化する。また  $H_{d0}(x,y)$  は、ジオイド上のブーゲー球帽の境界面とも一致しない。

$H_{d0}$  は、陸域では殆ど至る個所でジオイド及び正規楕円体の内部に位置する (即ち、 $H_{d0} < H_0 < 0$ 。この証明については付録Bを参照されたい)。この関係 (特に、 $H_{d0} <$

$H_0$ ) は、参照重力場に対応した質量分布が正規楕円体の内部に限られることを要請するものであり、物理測地学における正規重力場に対応した質量分布の拘束条件 (即ち、正規楕円体の外部で質量密度 = 0, 内部でクレローの方程式を満たすという拘束条件; Moritz (1990)<sup>15)</sup>, Eqs. (2-114), (4-4) を参照) とも整合している。

4. 2 密度フリーなブーゲー異常

ここで、上で求めた密度フリーな重力化成基準面  $H_{d0}$  上での一般化ブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  (ここでは、「密度フリーなブーゲー異常」と呼ぶことにする) を導入する。密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  は、(12) 式を (8) 式に代入することにより、次式で与えられる:

$$\Delta g_{p, Hd0} = FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr + \int_{H_p}^{H_{d0}} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \quad (13)$$

(13) 式には、言うまでもなくブーゲー化成密度  $\rho_B$  は含まれていない。かくして我々は、 $\rho_B$  に依存しない密度フリーなブーゲー異常が満たす方程式 (13) 式) を得ることができる。

4. 3 重力接続における不変性

本節では、次節以下の準備として、密度フリーなブーゲー異常が満たす方程式 (14) 式の主要部が、重力 (上方・下方) 接続に対して不変であることに触れておく。

今、(13) 式において重力鉛直勾配異常の項を無視し、主要部のみ (ここでは  $V.P. \Delta g_{p, Hd0}$  と表現する) を考慮す

れば、

$$V.P. \Delta g_{p, Hd0} = FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \quad (14)$$

ここで、(9) 式を (14) 式に代入し、その積分区間を適当に分割することにより、(14)式は次のように書き換えられる:

$$\begin{aligned} V.P. \Delta g_{p, Hd0} &= g_p + \int_{H_p}^{H_0} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr - \gamma_0 \\ &= g_p - \left( \gamma_0 + \int_{H_0}^{H_p} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right) \\ &= \left( g_p + \int_{H_p}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right) - \left( \gamma_0 + \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right) \\ &= \left( g_p + \int_{H_p}^{H_{dc}} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right) - \left( \gamma_0 + \int_{H_0}^{H_{dc}} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right) \end{aligned} \quad (15)$$

(15) 式の第1行目は、正規楕円体上 ( $H=H_0$ ) での重力乱れ、第2行目は重力観測点 ( $H=H_p$ ) での重力乱れ、第3行目はジオイド上 ( $H=0$ ) での重力乱れ、第4行目は任意の高さ  $H_{dc}$  での重力乱れである。

この (15) 式は、(i) 密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  の主要部が物理測地学でいう「重力乱れ」に他ならないことを示しており、また、(ii) 真空中 (質量密度がゼロの空間) を密度フリーな重力化成基準面の標高  $H_{d0}$  から任意の高さ  $H_{dc}$  に重力接続しても、その値は不変に保たれることを示している (図-3 参照)。この性質は、重力乱れが自由境界値問題の境界条件として使われる一つの理由である [例えば、Torge (2001)<sup>17)</sup>, pp. 259-260 参照]。

なお、正規楕円体面の標高  $H_0$  がジオイド高  $N$  の逆符

Free boundary condition of  $\Delta g_{p, Hd0}$   
(under neglect of the VGG anomaly)

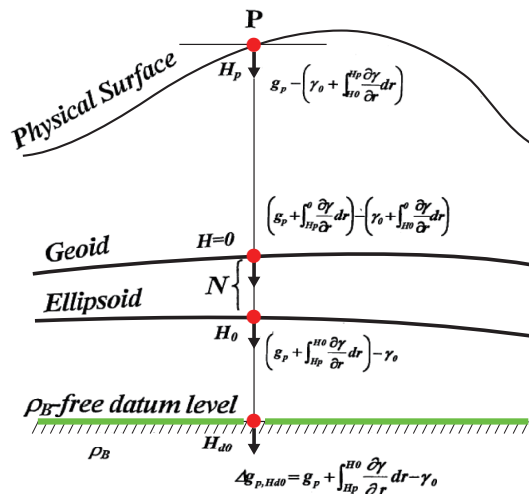


図-3 密度フリーなブーゲー異常主要部の重力接続に関する不変性

Fig. 3 Schematic illustration that represents the equivalence of the generalized Bouguer anomaly at the  $\rho_B$ -free datum level  $H_{d0}$  to the gravity disturbance at any datum level. The VGG anomaly ( $\partial \Delta g / \partial r$ ) is neglected here.  $N$  denotes the geoid height ( $N = -H_0$ ).



号 ( $N = -H_0$ ) であることを考慮すれば, (14) 式は, 密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  (左辺) がその右辺, 即ち, フリー・エア異常  $FA$  から正規重力場の鉛直勾配のジオイド高  $N$  に相当する区間での積分値を減じた値に等しいことを示している。このことは, (14) 式が物理測地学の基本方程式と密接な関係にあることを示唆しているが, この詳細については後の節 (5.4 節) で述べる。

5. 現点での密度フリーなブーゲー異常

5.1 地形質量の保存

一般化ブーゲー異常の計算において, 地形質量は地形補正やブーゲー補正によって移動または除去され, その結果, 地球重力場が乱される。重力異常の計算の立場からは, 重力場は保存されるか, このような質量の再配分による重力場の擾乱はできるだけ小さい方が望ましい。この意味で, (13) 式は地形質量が移動または除去された状

況下で面  $H_{d0}$  上にて成立する式であるため, (14) 式は (13) 式の主要部に対するものであり, 質量の再配分や重力鉛直勾配異常の取り扱いが厳密ではない。

本節では, 密度フリーな一般化ブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  の計算において, この種の重力場の保存が実現できること, 及び, その際, 地形質量の除去-復元過程において密度フリーな化成基準面  $H_{d0}$  が重要な役割を演じることを示す。

地形質量の除去-復元過程は, 次の3つのプロセスから成る (図-4 参照) :

(1) 手順1 : 順補正 (地形質量の除去)

この手順1は, 前章 (4.1 節, 4.2 節) で行なった内容に相当する。密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  を, 地形補正, ブーゲー補正, プレイ補正 (順補正) を省略しない形で表現すれば, (8) 式右辺の  $H_d$  を  $H_d = H_{d0}$  とおくことにより,

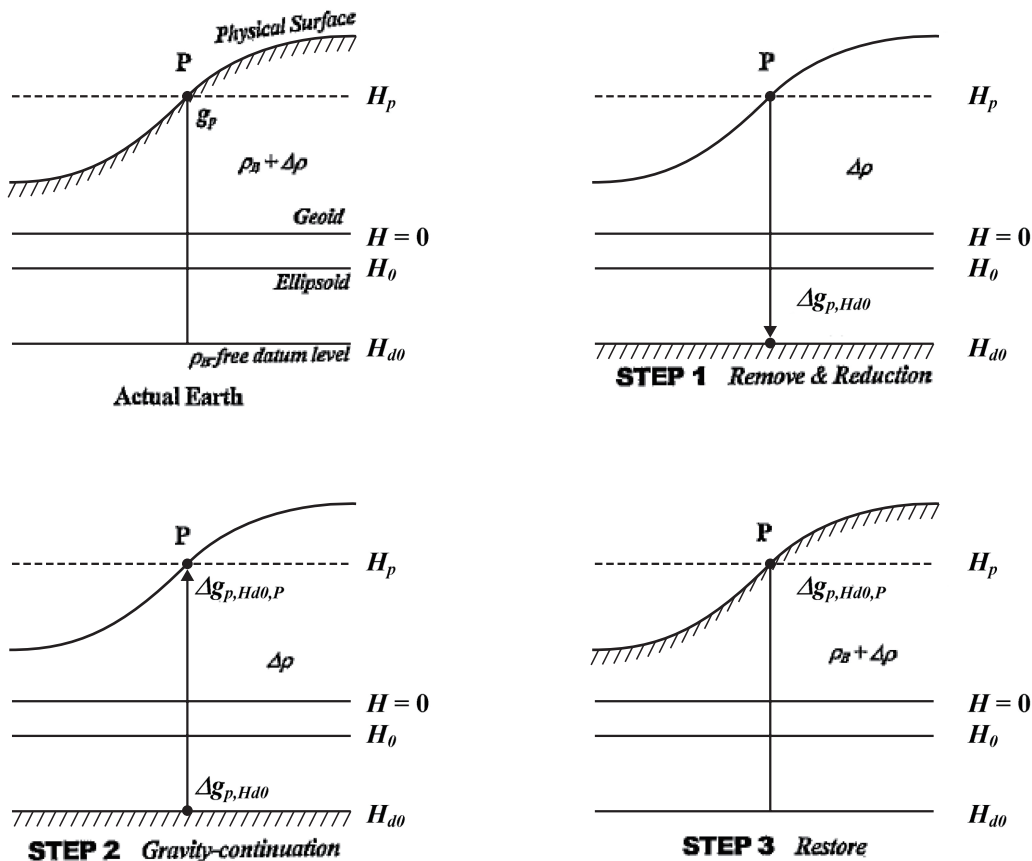


図-4 地形質量の除去と復元のプロセス

Fig. 4 Remove-restore process of the topographic masses in the computation of the station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly  $\Delta g_{p, Hd0, P}$ .  $H_{d0}$  denotes the  $\rho_B$ -free datum level. The density of the actual Earth is  $\rho = \rho_B + \Delta\rho$ , where  $\rho_B$  is the Bouguer reduction density and  $\Delta\rho$  is the deviatoric one. Usually,  $\Delta\rho$  is safely neglected in geophysics.  $g_p$ : observed gravity at a station P. STEP 1: removal of the topographic masses by the terrain and Bouguer corrections and the free-air reduction. By this step, the generalized Bouguer anomaly upon the  $\rho_B$ -free datum level  $H_{d0}$ , the  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly  $\Delta g_{p, Hd0}$ , is computed. STEP 2: gravity upward continuation from the level  $H_{d0}$  to the station level  $H_p$  in the open space. By this step, the  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly at the station level,  $\Delta g_{p, Hd0, P}$ , is computed. STEP 3: Restoration of the removed topographic masses by the inverse terrain and Bouguer corrections. The value of  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  remains unchanged by this restoration.

$$\Delta g_{p,Hd0} = FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr + \int_{Hp}^{Hd0} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr + \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\},$$

(順補正 = 0). (16)

(16)式は、密度フリー条件 ( $H_d = H_{d0}$ ) を満たしているの、当然の事ながら同式2行目のカッコ内 (地形補正, ブーゲー補正, プレイ補正の各順補正の和) はゼロである。したがって、(16)式は、(13)式と等価である。

### (2)手順2: 重力接続 (地表への上方接続)

今、密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0}$  を、密度フリーな重力化成基準面 (標高  $H_d = H_{d0}$ ) から地表の重力観測点 P (標高  $H = H_p$ ) まで上方接続する操作を考える。この際、地形質量の再配分は伴わないことに留意しておこう。今、43節で述べた  $\Delta g_{p, Hd0}$  の主要部の不変性を考慮すれば、地表 P への接続重力、即ち、現点での密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  (以下、密度フリーな現点ブーゲー異常と呼ぶ) は、

$$\Delta g_{p, Hd0, P} = \Delta g_{p, Hd0} + \int_{Hd0}^{Hp} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr. \quad (17)$$

なお、重力接続を実行する際、必ずしも真空中 (質量密度がゼロの空間) で行なう必要はないことに留意しておこう。この場合には、(17)式右辺第二項の被積分関数 (重力鉛直勾配異常の項) に実際の密度場  $\rho$  のブーゲー化成密度  $\rho_B$  からの残差密度場  $\Delta \rho (= \rho - \rho_B)$  による重力鉛直勾配の影響が含まれることになる。即ち、(17)式右辺第二項の積分に、ポアソン項  $4\pi G \Delta \rho$  についての高さの変数  $r$  に関する区間  $[H_{d0}, H_p]$  での積分が加わることになる。

### (3)手順3: 逆補正 (地形質量の復元)

次に、(14)式、または、これと等価な(16)式を(17)式に代入し、手順1の順補正で除去または移動した地形質量を元に埋め戻す逆補正 (地形質量の復元) の操作を考える。このとき、密度フリーな現点ブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  は、

$$\Delta g_{p, Hd0, P} = FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr + \left( \int_{Hp}^{Hd0} + \int_{Hd0}^{Hp} \right) \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr - \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\},$$

(逆補正 = 0). (18)

ここで、(18)式右辺の第2行目は、地形質量の復元操作 (地形逆補正, ブーゲー逆補正, プレイ逆補正の和) に対応しており、密度フリー条件 [(11)式] を満たしているから常にゼロである。したがって、密度フリーな現点ブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  は、地形質量の復元を行ってもその値は厳密な意味で変化しないことに留意しておこう。

また、{中カッコ}内の第3項: 参照重力のプレイ逆補正項

の積分区間は  $[H_{d0}, H_0]$  であるから、(18)式は、4.1節で述べた「正規重力場に対応した質量分布の拘束条件」と整合している。

## 5.2 密度フリーな現点ブーゲー異常が満たす方程式

前節で述べた3つの手順、即ち、地形質量に関する順補正-重力接続-逆補正を忠実に表現すれば、結局、(18)式は、(16)式~(18)式を総合することにより次のように表現される (図-5参照):

$$\begin{aligned} \Delta g_{p, Hd0, P} &= \Delta g_{p, Hd0} + \int_{Hd0}^{Hp} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \\ &= FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr + \left( \int_{Hp}^{Hd0} + \int_{Hd0}^{Hp} \right) \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \\ &\quad + \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr \right. \\ &\quad \left. - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\} \\ &\quad - \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr \right. \\ &\quad \left. - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\} \end{aligned} \quad (\text{for } H_{d0} < H_0). \quad (19)$$

(19)式において、最右辺2・3行目と4・5行目とは、夫々、地形質量に関する順補正(手順1)と逆補正(手順3)とに対応している。これら  $\rho_B$  のかかった項は、重力化成基準面として、密度フリーな基準面 (標高  $H_d = H_{d0}$ ) を選んでいるため、

$$\begin{aligned} &TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr \\ &- \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \equiv 0 \end{aligned} \quad (20)$$

であり、ブーゲー化成密度  $\rho_B$  の値如何によらず常にゼロである。また、同式最右辺第3項は、重力鉛直勾配異常に関する順補正 (手順1の重力下方接続) と重力接続 (手順2の重力上方接続) とに対応した区間  $[H_p, H_{d0}]$  での往復積分であり、これも常にゼロである。

かくして、我々は、密度フリーな現点ブーゲー異常が満たす次の方程式を得ることができた:

$$\Delta g_{p, Hd0, P} = FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr. \quad (21)$$

(21)式は、重力観測点の位置 (標高  $H_p$ ) において、地形質量を完全に復元した状態、言い換えれば、地球重力場を乱さない状態で厳密に成り立つ式であることに留意しておこう。

## 5.3 密度フリーな現点ブーゲー異常の意味

### (1)重力乱れとの関連

(21)式において、FAは(9)式によって定義されている。

## Removal and restoration of the topographic masses for the station level $\rho_B$ -free BA: $\Delta g_{p,Hd0,P}$

$$\begin{aligned}
 \Delta g_{p,Hd0,P} &= \Delta g_{p,Hd0} + \int_{Hd0}^{Hp} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \\
 &= FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr + \int_{Hp}^{Hd0} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \\
 \text{STEP 1: Remove} & \quad + \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\} \\
 & \quad \text{(Forward T.B.&P. corrections = 0)} \\
 \text{STEP 2: Up. Cont.} & \quad + \int_{Hd0}^{Hp} \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \\
 \text{STEP 3: Restore} & \quad - \rho_B \left\{ TC_p(\psi) + \int_{Hp}^{Hd0} 2\pi GH^+(\psi) dr - \int_{H0}^{Hd0} 2\pi G[H^+(\psi) - H^-(\psi)] dr \right\} \\
 & \quad \text{(Inverse T.B.&P. corrections = 0)} \\
 \therefore \Delta g_{p,Hd0,P} &= FA - \int_{H0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \quad \text{: Station level } \rho_B\text{-free BA.} \\
 & \quad \text{(at } H_p \text{ with } H_{d0})
 \end{aligned}$$

図-5 密度フリーな現点ブーゲー異常の総合表現

Fig. 5 Full representation of the equation of the station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly.

今、(9) 式を (21) 式に代入して整理すれば

$$\Delta g_{p,Hd0,P} = g_p - \left( \gamma_0 + \int_{H0}^{Hp} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right). \quad (22)$$

(21) 式と等価な (22) 式は、密度フリーな原点ブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd0,P}$  が現代物理測地学でいうところの「重力乱れ gravity disturbance」に他ならないこと、言うなれば、「ブーゲー乱れ Bouguer disturbance」とでも言うべき量であることを示している。重力乱れには、地球の自転による遠心力の項は含まれておらず万有引力の項のみが含まれているから、地下構造を目的とする地球物理学的な重力異常として適切である。(21) 式は、地球物理学的な重力異常  $\Delta g_{p,Hd0,P}$  と測地学的な重力異常  $FA$  との関係を示す式である。また、前述したように、(21) 式または (22) 式は、地球重力場を乱さない状態で厳密に成り立つ式であり、次の 5.4 節で述べるように物理測地学の基本方程式と密接な関係がある (図-6 参照)。

### (2) 楕円体に準拠した重力異常との関連

ところで、密度フリーな原点ブーゲー異常の最も直接的且つ厳密な表現式は、(21) 式と等価な (22) 式で与えられる。この (22) 式右辺の正規重力場の鉛直勾配の積分区間は  $[H_0, H_p]$  であり、正規楕円体 (標高  $H_0$ ) と地表の重力観測点 (標高  $H_p$ ) だけに規定されている。換言すれば、高さの計測システムを正標高 orthometric height に限定する必要は必ずしもなく、適当な高さの計測システムにより測った地表面の正規楕円体からの高さ (楕円体高 ellipsoid-based height) だけに規定されている。(22) 式は、

GPS 測量によって地表面の正規楕円体からの高さ (楕円体高) が直接的に計測される現在において、地下構造調査のための地表面での境界条件として「密度フリーな現点ブーゲー異常 = ブーゲー乱れ (または、重力乱れ)」(左辺) が、右辺によって直接的に計算されることを明示している。このことは、Hagiwara (1991)<sup>19)</sup> による測地学的視点からの「重力乱れ」の重要性についての指摘を地球物理学的視点から再確認したことに相当する。即ち、地表面与えられる「密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd0,P}$ 」を境界条件として、地球物理学的には地表面下の密度構造異常を、測地学的にはノイマン型境界値問題 (第 2 境界値問題) の解 (重力擾乱ポテンシャル  $T$ ) からジオイド高を推定することになる。

### (3) モロデンスキーのフリー・エア異常との関連

次に、モロデンスキーのフリー・エア異常との関連について触れておこう。今、(9) 式に代わる新しいフリー・エア異常 (モロデンスキーのフリー・エア異常)  $FA^{Molodensky}$  を導入すれば、(22) 式は、これと等価な (21) 式に代わる次式によって表現される：

$$\Delta g_{p,Hd0,P} = FA^{Molodensky} - \int_{Hp-\zeta}^{Hp} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr. \quad (23)$$

ここで、

$$FA^{Molodensky} = g_p - \left( \gamma_0 + \int_{H0}^{Hp-\zeta} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right), \quad (24)$$

であり、 $\zeta$  は、ハイト・アノマリー height anomaly または、ケイサイ・ジオイド高 quasi-geoid height である (例え

## What is meant by the equation of the station level $\rho_B$ -free Bouguer anomaly

$$\Delta g_{p,Hd0,P} = FA - \int_{H_0}^{\rho} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr = g_p - \left( \gamma_0 + \int_{H_0}^{H_p} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr \right)$$

↑  $\rho_B$ -free BA at  $H_p$  reflecting mass-attraction only      ↔ Inertial terms are canceled out.

- (1) The equation bridges  
 $\Delta g_{p,Hd0,P}$ : the gravity disturbance or Bouguer disturbance  
 (Geophysical gravity anomaly)  
FA: the free-air anomaly or gravity anomaly  
 (Geodetic gravity anomaly)
- (2) The equation has **no indirect effect** of the topographic masses.
- (3) The equation has an intimate tie to **F.E.P.G.**

図-6 密度フリーな現点ブーゲー異常が満たす方程式の物理的意味  
 Fig.6 What is meant by the equation of the station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly.

ば, Molodensky et al., 1962<sup>14)</sup> )。ただし, この場合には, 高さの計測システムは, 正規楕円体に準拠した正規高 normal height を採用しなければならない。

(21) 式または (22) 式において, 地形質量の再配分の重力または重力ポテンシャルへの影響 (物理測地学でいう '間接効果 indirect effect') がゼロであるという性質は, ジオイド上で重力ポテンシャルが不変というラツッキーのインバージョン化成 (inversion reduction of Rudzki) と類似している (Heiskanen and Moritz (1967)<sup>1)</sup> または Hofmann-Wellenhof and Moritz (2005)<sup>18)</sup> §3.8 参照)。また, 境界条件が地表面で与えられる点は, 物理測地学におけるモロデンスキーの方法との共通点である (Hofmann-Wellenhof and Moritz (2005)<sup>18)</sup> §8.10 参照)。

### 5.4 物理測地学の基本方程式との関連

本節では, 地球物理学的重力異常の観点から導かれた「密度フリーな現点ブーゲー異常が満たす方程式 (21)式, または, (23)式」から「物理測地学の基本方程式」を導くことができることを示す。この関係を図-7に模式的に示す。

今, (21)式右辺の積分項を移項すれば,

$$FA = \Delta g_{p,Hd0,P} + \int_{H_0}^{\rho} \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr . \tag{25}$$

更に, 正規重力場の鉛直勾配を一定とみなせば,

$$FA = \Delta g_{p,Hd0,P} + (-H_0) \frac{\partial \gamma}{\partial r} . \tag{26}$$

一方, 物理測地学の基本方程式 fundamental equation of physical geodesy (図-7中では, F.E.P.G. と略称) は,

$$\Delta g = - \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{T}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial r} . \tag{27}$$

ここで,  $\Delta g$  は物理測地学でいう重力異常 (近似的にフリー-エア異常),  $T$  は重力擾乱ポテンシャルである ( $T := W - U$ ;  $W$ : ジオポテンシャル,  $U$ : 正規重力ポテンシャル, 図-1 参照)。(27) 式右辺第一項は「重力乱れ  $\delta g$ 」の定義そのものであり, 第二項の係数は, プルンスの公式  $T = N\gamma$  からジオイド高  $N$  そのものである。従って, (27) 式は,

$$\Delta g = \delta g + N \frac{\partial \gamma}{\partial r} . \tag{28}$$

(26) 式と (28) 式とを比較すれば,  $FA$  が  $\Delta g$  に,  $\Delta g_{p,Hd0,P}$  が  $\delta g$  に対応していることが判る。また, ジオイド高  $N$  (正規楕円体を基準としたジオイドの高さ) は, 正規楕円体の標高  $H_0$  (ジオイドを基準とした正規楕円体の標高) の符号を逆にしたもの ( $N = -H_0$ ) であることを考慮すれば, 両式は完全に一致対応していることが判る。

そもそも (27) 式が「物理測地学の基本方程式」と呼ばれる所以は, 測地学的な重力異常  $\Delta g$  をロバン型境界値問題 (第3境界地問題; 例えば, 萩原 (1978)<sup>26)</sup>, pp. 46-48 参照) の境界条件として未知関数  $T$  (重力擾乱ポテンシャル) の解を得て地球の形 (ジオイド高  $N$ ) を決める方程式であることによる。以上に述べた (26) 式と (28) 式との対応関係は, 地球物理学的な重力異常として導出された「密度フリーな現点ブーゲー異常」が満たす方程式 (22) 式)

### Station level $\rho_B$ -free Bouguer anomaly

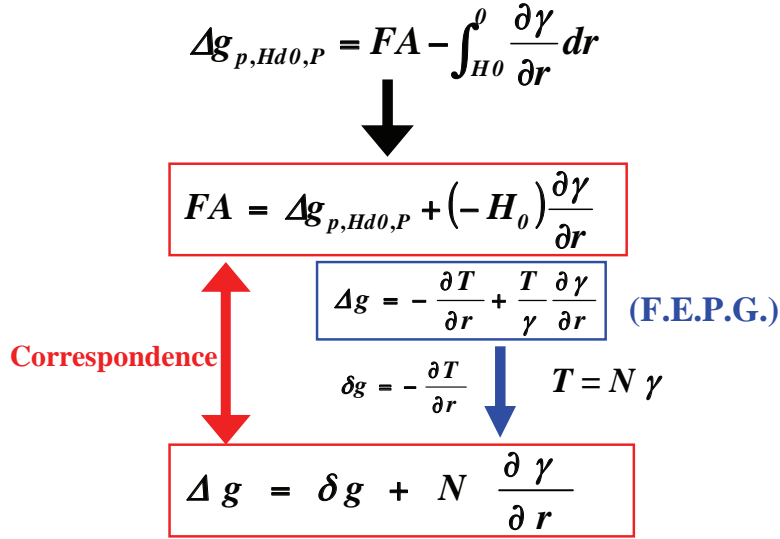


図-7 密度フリーな現点ブーゲー異常が満たす方程式と物理測地学の基本方程式

Fig. 7 Correspondence between the equation of the station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly and the fundamental equation of physical geodesy.  $T$  denotes the disturbing potential,  $N$  the geoid height,  $\gamma$  the normal gravity,  $r$  the vertical coordinate positive upward,  $\Delta g$  the gravity anomaly,  $\delta g$  the gravity disturbance,  $FA$  the free-air anomaly and  $H_0$  the elevation (orthometric height) of the normal ellipsoid. There exists an intimate tie between the equation of the station level  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly  $\Delta g_{p,Hd0,P}$  (uppermost equation) and the fundamental equation of physical geodesy (F.E.P.G.) via the Bruns' formula  $T = N\gamma$  and the gravity disturbance  $\delta g$ .  $FA$  corresponds to  $\Delta g$ ,  $\Delta g_{p,Hd0,P}$  to  $\delta g$  and  $(-H_0)$  to  $N$ .

が測地学的な重力異常が満たす方程式 (27) 式) と同等であることを示している。

$$\Delta g_{p,0} = FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr - 2\pi G \rho_B H^-(\psi) H_{d0} + \int_{H_p}^0 \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \quad (31)$$

(31) は、ジオイド上の密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p,0}$  を具体的に与える式である。

或いは、従来のブーゲー異常のように重力鉛直勾配異常を無視すれば、(31) 式は、

$$\Delta g_{p,0} \approx FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr - 2\pi G \rho_B H^-(\psi) H_{d0} \quad (32)$$

## 6. ブーゲー異常とブーゲー乱れ

本章では、従来から利用されている「現在のブーゲー異常」と対比されるべき重力異常として、「ジオイド上のブーゲー乱れ」を導出し、両者の違いについて述べる。

### 6.1 ブーゲー乱れの導出

ジオイド上における密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p,0}$  は、密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p,Hd0}$  ((13) 式) を、それが計算されている基準面 ( $H_d = H_{d0}$ ) からジオイド ( $H_d = 0$ ) まで基準面を変換することによって得られる (図-8 参照)。即ち、 $\Delta g_{p,0}$  は次式によって与えられる：

$$\Delta g_{p,0} = \Delta g_{p,Hd0} + \int_{H_{d0}}^0 \frac{\partial \Delta g_{p,Hd}}{\partial H_d} dH_d \quad (29)$$

従って、(10) 式で与えられるリダクション・レートを用いることにより、(29) 式は次のように書き換えられる：

$$\Delta g_{p,0} = \Delta g_{p,Hd0} + \int_{H_{d0}}^0 [2\pi G \rho_B H^-(\psi) + \frac{\partial \Delta g}{\partial r}] dH_d \quad (30)$$

ここで、 $\Delta g_{p,Hd0}$  を与える (13) 式を (30) 式に代入して整理すれば、(29) 式は、

(31) 式または (32) 式の右辺第 1 項・第 2 項は、前述したように重力乱れ (gravity disturbance) である ((21) 式、(22) 式参照)。従って、 $\Delta g_{p,0}$  は、ジオイド上に化成された重力乱れといえる量であり、「(ジオイド上の) ブーゲー乱れ Bouguer disturbance」とでも呼ぶべき量である。

このブーゲー乱れ  $\Delta g_{p,0}$  は、勿論、地球自転に伴う遠心力 (慣性力) の項をはじめとして、第 2 章 (2.2 節) で述べたような「現在のブーゲー異常の地球物理学的問題点」や「古典的ブーゲー異常の測地学的問題点」を含んでおらず、地下構造調査を目的とする地球物理学的重力異常として論理的な矛盾を含んでいない。また、このブーゲー乱れ  $\Delta g_{p,0}$  は、上で述べたように測地学的な枠組みとも完全に整合性がとれている。

ところで、(32) 式から  $\Delta g_{p,0}$  を具体的に計算する際、ブーゲー化成密度  $\rho_B$  と密度フリーな重力化成基準面  $H_{d0}$  (またはジオイド高  $N = -H_0$ , (12) 式参照) とを知る必要

**upon the geoid ( $\Delta g_{p,0}$ ) from  
the  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly at  $H_{d0}$  ( $\Delta g_{p,Hd0}$ )**

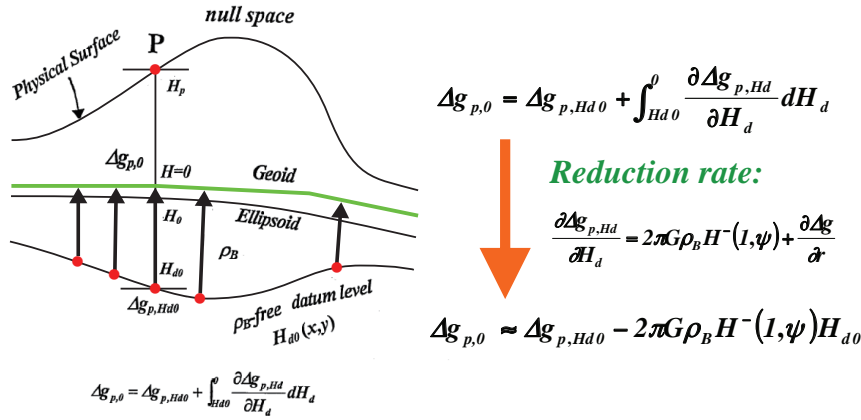


図-8 密度フリーなブーゲー異常のジオイド上へのリダクション

Fig. 8 Schematic illustration of computing the Bouguer anomaly on the geoid surface ( $\Delta g_{p,0}$ ). For each gravity station,  $\Delta g_{p,0}$  can be computed by the level transformation from the generalized Bouguer anomaly at the  $\rho_B$ -free datum level  $H_{d0}$  ( $\Delta g_{p,Hd0}$ ). Each arrow indicates the amount of level transformation from the  $\rho_B$ -free datum level to the level of the geoid.  $\Delta g_{p,0}$  is equivalent to the classical Bouguer anomaly.

がある。 $\rho_B$  と  $H_0$  の推定については, Nozaki (2006)<sup>2)</sup> が重力観測点の分布範囲全体の平均値を推定する方法として「FA vs.  $H_d$  ダイアグラム (FA vs.  $H_d$  diagram)」による方法を提案している。図-9に, 典型的な FA vs.  $H_d$  ダイアグラムを示し, 図-10に, この FA vs.  $H_d$  ダイアグラムから推定される物理量 (ブーゲー化成密度  $\rho_B$ , ジオイド高  $N$ , 正規楕円体上のブーゲー乱れの各平均値) の計算式をまとめておく。詳細については文献 (Nozaki, 2006<sup>2)</sup>, pp.298-299) を参照されたいが, ここで必要な結果のみを示すと以下のとおりである:

$$\rho_B \approx \left( \frac{dFA}{dH_{d1}} - \frac{dFA}{dH_{d0}} \right) / 4\pi G . \tag{33}$$

(33) 式右辺の ' $H_{d1}$ ' は, 地形補正とブーゲー補正との和が  $\rho_B$  によらず常にゼロとなるような特別な基準面の標高 (計算可能な量) であり,

$$H_{d1} = H_p - \frac{TC_p(\psi)}{2\pi G H^+(\psi)} . \tag{34}$$

**Evaluation of the gradients  $dFA/dH_{d0}$ ,  $dFA/dH_{d1}$ ,  
and the intersection point C**

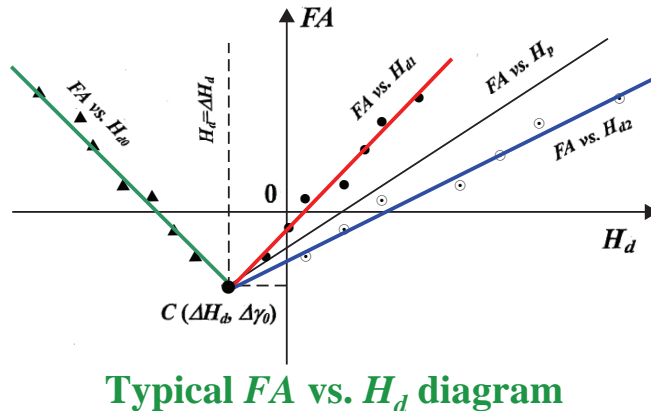


図-9 典型的な FA vs.  $H_d$  ダイアグラム

Fig. 9 Typical FA vs.  $H_d$  diagram.

## Properties of the $FA$ vs. $H_d$ diagram

By the gradients  $dFA/dH_{d0}$ ,  $dFA/dH_{d1}$  and the intersection point  $C(\Delta H_d, \Delta \gamma_0)$ , we estimate the *local standard earth model* (linear to the elevation).

(1) **Bouguer density:**  $\rho_B \approx \left( \frac{dFA}{dH_{d1}} - \frac{dFA}{dH_{d0}} \right) / 4\pi G$

(2) **Geoid height:**  $N = -H_0 = -\Delta H_d$

(3) **Bouguer/gravity disturbance upon the ellipsoid:**

$$\Delta g_{p,H_0} = \Delta g_{p,\Delta H_d} = \Delta \gamma_0 + \Delta H_d \left( \frac{\partial \gamma}{\partial r} \right)$$

図-10 FA vs.  $H_d$  ダイアグラムから推定される物理量  
Fig. 10 Physical quantities derived from the FA vs.  $H_d$  diagram.

また、ジオイド高  $N$  (但し、重力データの分布範囲全体の平均値としての  $N$ ) は、 $FA$  vs.  $H_d$  ダイアグラム上の交点  $C$  (図-9 参照) の横座標値  $\Delta H_d$  より

$$N = -H_0 = -\Delta H_d. \quad (35)$$

勿論ジオイド高  $N$  については、測地学の成果を利用することも可能である。

なお、(31) 式に (33) 式を適用すれば、重力化成密度  $\rho_B$  を露わに含まない形のブーゲー乱れ  $\Delta g_{p,0}$  の式

$$\begin{aligned} \Delta g_{p,0} \approx & FA - \int_{H_0}^0 \frac{\partial \gamma}{\partial r} dr - \frac{H^-(\psi)}{2} \left( \frac{dFA}{dH_{d1}} - \frac{dFA}{dH_{d0}} \right) H_{d0} \\ & + \int_{H_p}^0 \frac{\partial \Delta g}{\partial r} dr \end{aligned} \quad (36)$$

を得る。

### 6.2 ブーゲー異常とブーゲー乱れとの差

それでは、前節で述べた「ジオイド上のブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p,0}$ )」と従来から使われている「現在のブーゲー異常 ( $\Delta g_B^{Modern}$ )」との差は如何なるものであろうか。ここでは平面近似の場合について検討する。

平面近似の場合、即ち、(6) 式において  $\Psi \approx 0$  であり  $H^-(\Psi) = -1$  とみなせる場合、(31) 式は次のように書ける：

$$\Delta g_{p,0} = \Delta g_{p,Hd0} + \int_{Hd0}^0 [-2\pi G \rho_B + \frac{\partial \Delta g}{\partial r}] dH_d. \quad (37)$$

今、正規重力場の鉛直勾配が一定 ( $\partial \gamma / \partial r = \beta : \text{const.}$ ) であり、重力鉛直勾配異常も一定 ( $\partial \Delta g / \partial r = \Delta \beta : \text{const.}$ ) であ

ると仮定すれば、(37)式は、

$$\Delta g_{p,0} \approx \Delta g_{p,Hd0} + [2\pi G \rho_B - \Delta \beta] H_{d0}. \quad (38)$$

ここで、

$$\Delta g_{p,Hd0} = FA + H_0 \beta + (H_{d0} - H_p) \Delta \beta, \quad ((13) \text{ 式より})$$

$$FA = g_p - H_p \beta - \gamma_0, \quad ((9) \text{ 式より})$$

及び、

$$H_{d0} = 2H_0 - H_p + \frac{TC_p(\psi)}{2\pi G}, \quad ((12) \text{ 式より})$$

である。今、上記の  $\Delta g_{p,Hd0}$  と  $H_{d0}$  とを (38) 式に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} \Delta g_{p,0} \approx & g_p + \rho_B TC_p(\psi) + 2\pi G \rho_B (2H_0 - H_p) \\ & - \beta (H_p - H_0) - \gamma_0 - \Delta \beta H_p. \end{aligned} \quad (39)$$

一方、Heiskanen and Moritz (1967, p. 131)<sup>1)</sup> の定義に基づく「現在のブーゲー異常  $\Delta g_B^{Modern}$ 」(図-1 参照) は、

$$\Delta g_B^{Modern} \approx g_p + \rho_B TC_p(\psi) - 2\pi G \rho_B H_p - \beta H_p - \gamma_0. \quad (40)$$

従って、(39) 式と (40) 式とで辺々差をとれば、

$$\Delta g_{p,0} - \Delta g_B^{Modern} \approx (\beta + 4\pi G \rho_B) H_0 - \Delta \beta H_p. \quad (41)$$

(41)式は、ジオイド上のブーゲー乱れ  $\Delta g_{p,0}$  と現在のブーゲー異常  $\Delta g_B^{Modern}$  との差(左辺)が、ジオイド ( $H=0$ ) か

ら正規楕円体( $H=H_0$ )までのプレイ化成と地表の重力観測点( $H=H_p$ )からジオイド( $H=0$ )までの重力鉛直勾配異常  $\Delta\beta$  に関する積分値との和(右辺)であることを示している。右辺の2つの項のうち、第1項のみが本質的である。第2項は、現在のブーゲー異常((40)式)の中で  $\Delta\beta$  を考慮していないために見掛け上現われた項である。即ち、

$$\Delta g_{p,0} - \Delta g_B^{Modern} \approx (\beta + 4\pi G \rho_B) H_0. \quad (42)$$

ジオイド高 ( $N = -H_0$ ) の横方向への変化は、通常は緩やかな変化であり、従って、(42)式で与えられる  $\Delta g_{p,0}$  と  $\Delta g_B^{Modern}$  との差も緩やかに変化する。一つの目安として、ジオイド高  $N = 42$  m ( $H_0 = -42$  m),  $\beta = -0.3086$  mGal/m,  $\Delta\beta = 0.0$  mGal/m, 及び、 $\rho_B = 2,670$  kg/m<sup>3</sup> とした場合の両者の差は、3.57 mGal である。

### 6.3 富士山周辺地域におけるブーゲー異常とブーゲー乱れ

本節では、今回新たに求めた「ジオイド上のブーゲー乱れ」と従来から利用されている「現在のブーゲー異常」とについて、富士山周辺地域の重力データを用いて比較検討してみる。

図-11に、使用した重力データの分布を示す(地質調査総合センター(編集), 2004)<sup>27)</sup>。重力点は、富士山をほぼ中央に含む東西80km、南北60kmの矩形範囲にほぼ均等に3,498点分布している。地形補正には、国土地理院(2001)<sup>28)</sup> 編集による50mDEMを用いている。

図-12(a)に、(32)式の平面近似式(39)式から計算した

「ジオイド上のブーゲー乱れ」の分布を、図-12(b)に、従来どおりの方法で(40)式から計算した「現在のブーゲー異常」の分布を示す。コンター間隔は、両図とも2 mGal である。両者とも、地形補正・ブーゲー補正の範囲を各重力観測点から60km以内として、フリー・エア勾配(正規重力場の鉛直勾配)を-0.3086 mGal/mとして計算した。前者においては、正規楕円体の標高を一律に  $H_0 = -42$  m (ジオイド高  $N = 42$  m) として計算している。ブーゲー化成密度  $\rho_B$  については、前者(a)では、図-13に示した  $FA$  vs.  $H_d$  ダイアグラムから推定した値  $\rho_B = 2,500$  kg/m<sup>3</sup> を、後者(b)では、慣例的に使われている値  $\rho_B = 2,670$  kg/m<sup>3</sup> を使用している。

両者の計算プロセスは全く異なるが地形起伏の影響は  $\rho_B$  の適不適はともかくとして共に除去されている筈であるから、重力コンター起伏の大局的なパターンは両者で概ね一致している。但し、波長が非常に長いトレンド成分乃至は直流分として、(a)ブーゲー乱れは(b)従来のブーゲー異常に比べて全体的に10mGal前後大きな値をこの例では示している。一方、細部については、短波長成分の重力分布パターンに若干の違いが認められる。この違いは主にブーゲー化成密度の違いによるものと考えられる。

今一度、両者の基本的な違いについて触れておく：①地球自転に伴う遠心力の影響の有無については、前者は無であるのに対し、後者は有、②ブーゲー化成密度については、前者は使用した重力データの分布範囲全体の平均値として推定された値 ( $\rho_B = 2,500$  kg/m<sup>3</sup>) に対し、後者は仮定密度としての値 ( $\rho_B = 2,670$  kg/m<sup>3</sup>)、③重力分布図の有意性については、前者はより広範なリージョ

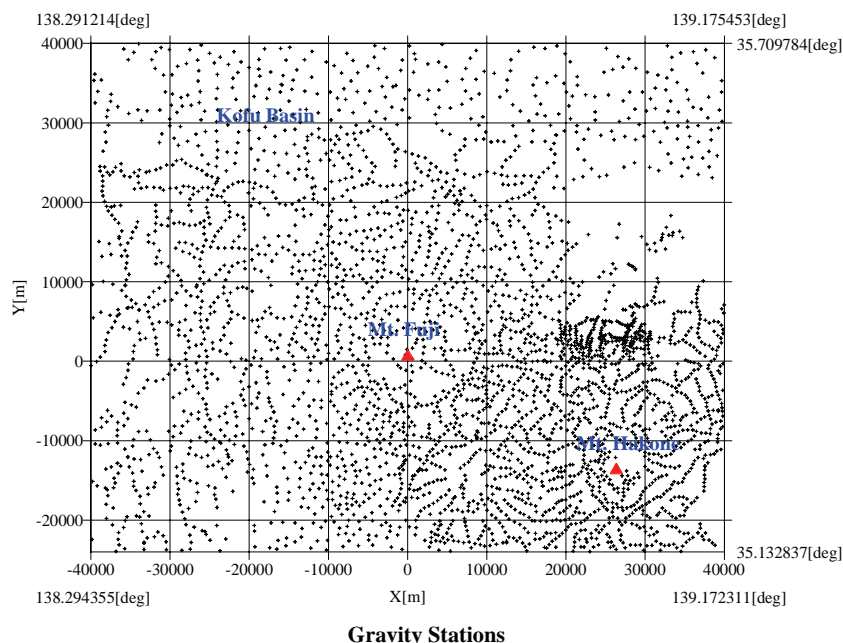
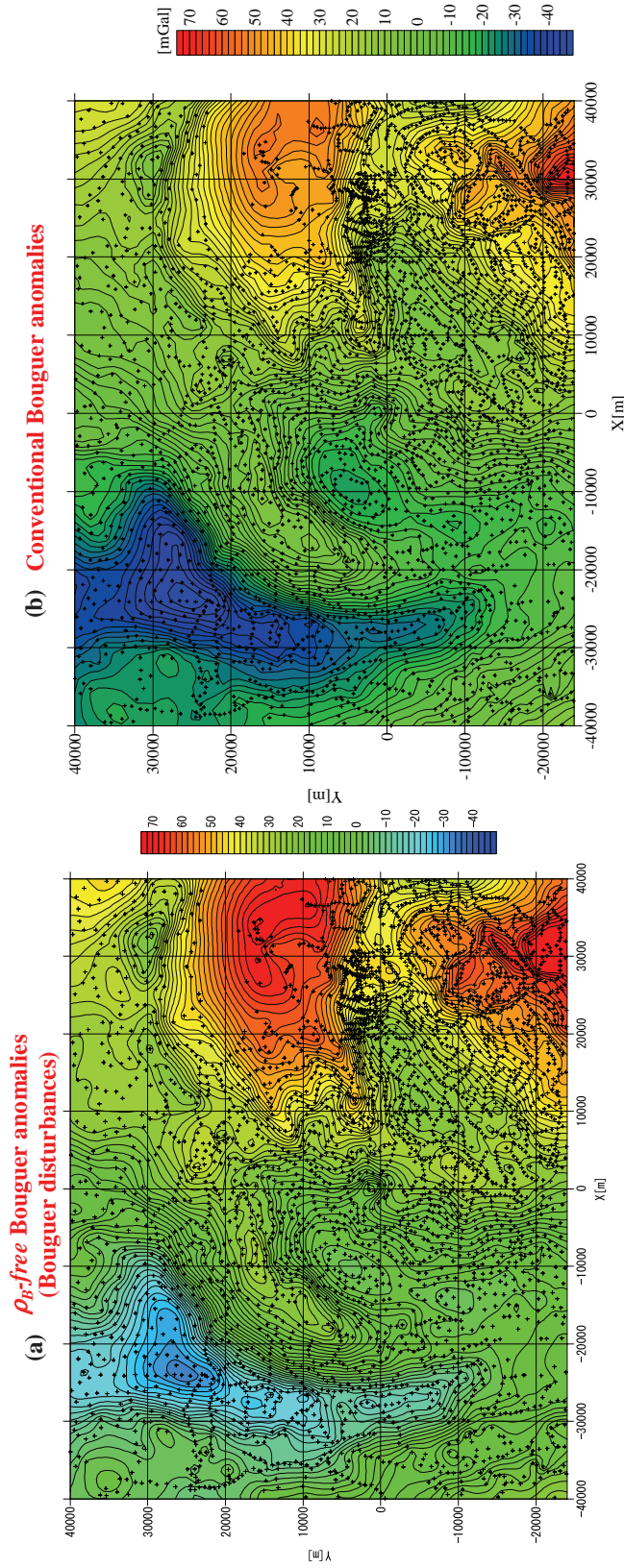


図-11 富士山周辺地域における重力データ分布

Fig.11 Distribution of the gravity stations used. The original gravity data is provided by GSJ [Geological Survey of Japan (2004)]. Each cross (+) indicates a gravity station. Solid triangle (▲) indicates a summit.



# $\rho_B$ -free BA vs. conventional BA



- Centrifugal forces: none.
- Validity: abs. and relative values.
- $\rho_B=2,510 \text{ kg/m}^3$ : implicitly determined.

- Centrifugal forces: contained.
- Validity: relative value only.
- $\rho_B=2,670 \text{ kg/m}^3$ : assumed.

\*Field gravity data after Gravity CD-ROM of Japan, GSJ (2004)

図-12 ブーゲー乱れ分布と従来のブーゲー異常分布

Fig.12 Distributions of (a) the Bouguer disturbance and (b) the conventional Bouguer anomaly in and around the Mt. Fuji area. (a)  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly distribution reduced to the geoid  $\Delta g_{g,0}$  for studying subsurface density structures in and around the Mt. Fuji area. Contour interval: 2 mGal. The computation is done by Eq. (39) or equivalently by Eq. (32) in the text. The gradient of the regression line  $H_{ob}$ -line (-0.1046 mGal/m) and that of  $H_{ob}$ -line (0.1046 mGal/m), which correspond to the Bouguer reduction density  $\rho_B = 2.5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ , are used [cf. Figure 13]. The VGG of the normal gravity field -0.3086 mGal/m is used for free-air correction over the interval  $[H_0, 0]$ . The elevation (orthometric height) of the normal ellipsoid  $H_0$  is assumed to be  $H_0 = 42 \text{ m}$ . The  $\rho_B$ -free Bouguer anomaly is the gravity disturbance, that is to say, the Bouguer disturbance. (b) Conventional Bouguer anomaly distribution. Contour interval: 2 mGal. The Bouguer reduction density is assumed to be  $2.67 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ . The VGG of the normal gravity field -0.3086 mGal/m is used for free-air correction.

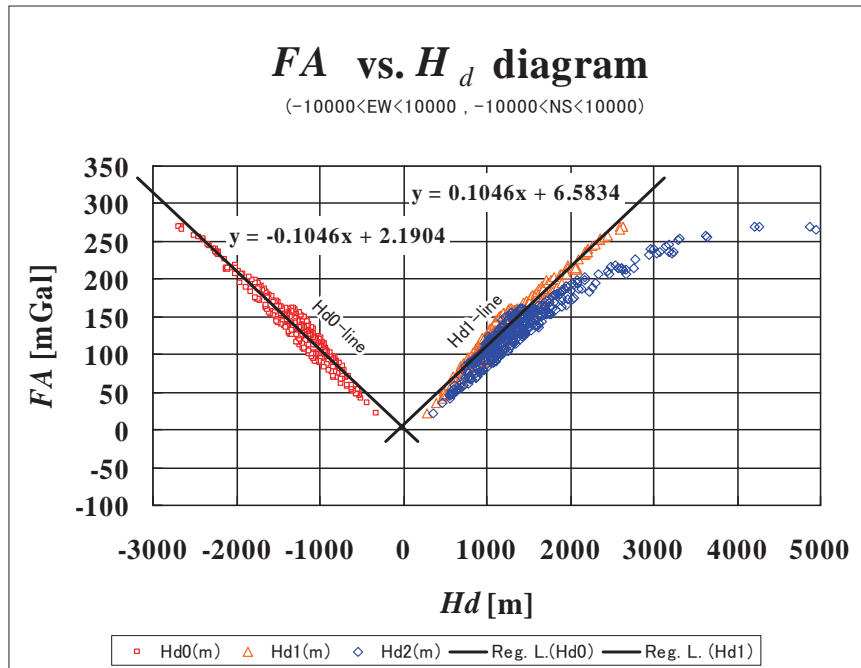


図-13 富士山周辺地域における  $FA$  vs.  $H_d$  ダイアグラム

Fig.13  $FA$  vs.  $H_d$  diagram for the selected gravity data in and around Mt. Fuji. The gravity data used are distributed in the square area of  $-10,000 \text{ m} < X < 10,000 \text{ m}$ , and  $-10,000 \text{ m} < Y < 10,000 \text{ m}$  in Figure 11. In the computation of  $H_{d0}$ , the geoid height  $N = 42 \text{ m}$  is assumed. By applying the gradient of the regression line  $H_{d0}$ -line ( $-0.1046 \text{ mGal/m}$ ) and that of  $H_{d1}$ -line ( $0.1046 \text{ mGal/m}$ ) to Eq. (33) in the text, we obtain the Bouguer reduction density  $\rho_B = 2.50 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ .

ナルな地下構造調査に有効であるのに対し、後者はローカルな調査に対してのみ有効である。

## 7. 結果及び考察

(1)密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, p}$ ) が、密度フリーなブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0}$ ) を密度フリーな重力化成基準面 ( $H = H_{d0}$ ) から重力観測点 ( $H = H_p$ ) まで残差密度場  $\Delta\rho$  中を上方接続することにより実現できた [(21) 式, (22) 式]。

$\Delta g_{p, Hd0, p}$  は、物理測地学でいうところの「重力乱れ gravity disturbance」に他ならないことが明らかになった (言うなれば、「ブーゲー乱れ Bouguer disturbance」とでもいべき量である)。 $\Delta g_{p, Hd0, p}$  は、地球自転に伴う遠心力 (慣性力) が除去されており、万有引力のみを反映している。従って、地下構造調査を目的とする重力異常として適している。

また、 $\Delta g_{p, Hd0}$  の参照重力場に対応した質量分布は、「正規重力場に対応した質量分布の拘束条件」と整合している [(18) 式または (19) 式参照]。

(2)密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, p}$ ) が満たす方程式 [(21) 式, (22) 式] は、地表の重力観測点において、地形質量が存在した状態で厳密に成り立つ。

密度フリーな現点ブーゲー異常は、地形補正・ブーゲー補正・ブレイ補正の順補正によって除去または移動し

た地形質量を逆補正によって完全に復元してもその値を変えない [(19) 式]。従って、密度フリーな現点ブーゲー異常の計算においては、地球重力場に変化は生じない (地球重力場の保存条件を満足する)。この点は、物理測地学におけるラツキーのインバージョン化成分との類似点である。

(3)密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, p}$ ) が満たす方程式は、物理測地学の基本方程式と同等であり、 $\Delta g_{p, Hd0, p}$  は、フリー・エア異常  $FA$  と正規重力場の鉛直勾配の区間  $[H_0, 0]$  での積分との和と与えられる [(21) 式]。

(4)密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, p}$ ) は重力乱れであり、GPS 測量によって地表面の正規楕円体からの高さ (楕円体高) が直接的に計測される現在においては直接的に計算される量である [(21) 式]。

このことは、Hagiwara (1991) による測地学的視点からの「重力乱れ」の重要性についての指摘を地球物理学的視点から再確認したことに相当する。即ち、地表面で与えられる「密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, p}$ 」を境界条件として、地球物理学的には地表面下の密度構造異常を、測地学的にはノイマン型境界値問題 (第2境界値問題) の解 (重力擾乱ポテンシャル  $T$ ) からジオイド高を推定することになる。境界条件が地表面で与えられる点は、物理測地学におけるモロデンスキーの方法との共通点である。

(5)密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, p}$ ) が満た

す方程式は、地球物理学的重力異常としてのブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, Hd0, P}$ ) または重力乱れ ( $\delta g$ ) と測地学的重力異常としてのフリー・エア異常 (FA) との関係を取り持つ式である [(26) 式, (28) 式, 図-7]。

(6)密度フリーなブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0}$ ) を密度フリーな重力化成基準面 ( $H = H_{d0}$ ) からジオイド ( $H = 0$ ) までレベル変換することにより、ジオイド上のブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, 0}$ ) を得ることができた [(31) 式, (36) 式, 図-8]。

「ジオイド上のブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, 0}$ )」は、地球物理学的重力異常として従来から地下構造調査で利用されている「現在のブーゲー異常 ( $\Delta g_B^{Modern}$ )」に取って代わるべきものであると考えられる。両者の違いは、平面近似の場合、正規楕円体からジオイドまでのプレイ化成に相当する量である [(42) 式]。

## 8. まとめ

本稿における最も基本的な疑問は、地球重力場という同一の重力場を対象としながら「古典的ブーゲー異常 (地球物理学的重力異常)」と「現在のブーゲー異常 (測地学的重力異常の形式的延長)」という二つのブーゲー異常が並存していることであった (第2章)。

この疑問に答えるべく古典的ブーゲー異常の考え方を一般化し (第3, 4章), 以上に、「密度フリーな重力化成基準面上 ( $H = H_{d0}$ ) で計算される密度フリーなブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0}$ )」を要として、次の2つの計算の流れを示した。

①【 $\Delta g_{p, Hd0}$  から  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  へ】: 一方の流れとして、 $\Delta g_{p, Hd0}$  を地表の重力観測点まで上方接続することにより、「密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, P}$ )」を求め、この方程式が物理測地学の基本方程式と同等であることを示した (第5章)。その結果、地球の内部構造を問題とする地球物理学的重力異常としての「密度フリーな現点ブーゲー異常 ( $\Delta g_{p, Hd0, P}$ )」と地球の幾何形状を問題とする測地学的重力異常としての「フリー・エア異常 (FA)」との関係が物理測地学の基本方程式を介して明らかになった (54節)。特に、GPS 測量によって地表面の正規楕円体からの高さ (楕円体高) が直接的に計測される現在においては、地表面で与えられる「密度フリーなブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, P}$ 」を境界条件として、地球物理学的には地表面下の密度構造異常を、測地学的にはノイマン型境界値問題 (第2境界値問題) の解 (重力擾乱ポテンシャル) からジオイド高を推定することが基本的な問題設定となる (5.3節)。

②【 $\Delta g_{p, Hd0}$  から  $\Delta g_{p, 0}$  へ】: 他方の流れとして、 $\Delta g_{p, Hd0}$  を密度フリーな重力化成基準面からジオイド面まで基準面変換することにより、「ジオイド上のブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, 0}$ )」を求め、これと従来から利用されている「現在のブーゲー異常 ( $\Delta g_B^{Modern}$ )」とを比較検討した (第6

章)。地球物理学的重力異常として従来から使用されている「現在のブーゲー異常 ( $\Delta g_B^{Modern}$ )」は、実用上はともかくとして、少なくとも論理的観点からは「地下構造調査を目的とする重力異常」としての物理的意味が曖昧であるため廃止されるべきである。その代わり、これと対比されるべき重力異常として新たに導出した「(ジオイド上の) ブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, 0}$ )」(6.1節) で置き換えられるべきである。

実際の地下構造解析との関連において、実用上現在のブーゲー異常  $\Delta g_B^{Modern}$  を積極的に否定するものではないが、論理的観点から言えば、やはり、ジオイド上のブーゲー乱れ  $\Delta g_{p, 0}$  を採用すべきであろう。一方、密度フリーな現点ブーゲー異常  $\Delta g_{p, Hd0, P}$  が満たす方程式は、地球物理学的重力異常と測地学的重力異常との関係を与える意味で重要である。これを地下構造解析に利用するには、その元となった  $\Delta g_{p, Hd0}$  が起伏のある面  $H_{d0}(x, y)$  上で与えられているため、直観的に利用しづらい。この点、6.1節で触れた FA vs.  $H_d$  ダイアグラムからある調査範囲全体の平均値として推定される「正規楕円体上のブーゲー乱れ ( $\Delta g_{p, H0}$ )」の実用化 (解の局所化と安定化) を図ることは今後の興味深い課題である。

【結語】本稿で述べた内容は、日頃から筆者が現在のブーゲー異常の定義について「何となくシククリこない」と感じつつも、言わば斯界におけるタブーとして放置してきたことへの一つの回答を与えたものである。この種の議論は、今日の地球物理・物理探査・測地学において必ずしも主流を成すものではないかも知れない。しかしながら、ブーゲー異常や所謂「重力異常」に纏わる概念上の混乱や誤解は往々にして斯学の発展を妨げるものと思われる。この意味で、本稿が少しでも役に立てば幸いである。

## 謝辞

査読をしていただいた齋藤正徳先生 (応用地質(株)最高技術顧問, 東京工業大学名誉教授), ならびに、京都大学大学院理学研究科 福田洋一教授のコメントは原稿の改善に大いに役立った。また、南雲昭三郎先生 (東京大学名誉教授, 前応用地質(株)最高技術顧問) からは、筆者が本稿の着想を得た初期の段階から継続的な議論とご指導をいただいた。ここに記し、心より感謝の意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) Heiskanen, W. A. and H. Moritz (1967): *Physical Geodesy*, 364 pp., Freeman and Company, San Francisco.
- 2) Nozaki, K. (2006): The generalized Bouguer anomaly, *Earth, Planets and Space*, **58**, pp. 287-303.
- 3) Bouguer, P. (1749): *La Figure de la Terre*, Paris.
- 4) Mackenzie, A. S. (translation and edition) (1900): *The Laws of Gravitation, Memoirs by Newton, Bouguer and Cavendish*, Scientific Memoirs IX, ed. by Ames, J. S., 160 pp., American Book Company, New York, Cincinnati, Chicago.
- 5) Jeffreys, H. (1976): *The Earth, Sixth edition*, 574 pp., Cambridge University Press, Cambridge.
- 6) International Association of Geodesy (IAG) (1971): *Geodetic Reference System 1967*, 116 pp., Publ. Spec., 3, Bull. Geod.
- 7) Parasnis, D. S. (1997): *Principles of Applied Geophysics, Fifth edition*, 437 pp., Chapman & Hall, London.
- 8) Nettleton, L. L. (1940): *Geophysical prospecting for oil*, 444 pp., McGraw-Hill, New York.
- 9) Heiland, C. A. (1946): *Geophysical Exploration, 2nd Printing*, 1013 pp., Prentice-Hall, New York.
- 10) Tsuboi, C. (1938): Gravity anomalies and the corresponding subterranean mass distribution, *Proc. Japan Acad. Sci.*, **14**, 170-175.
- 11) Tsuboi, C. and T. Fuchida (1938): Relation between gravity anomalies and the corresponding subterranean mass distribution (II), *Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo*, **16**, pp. 273-284.
- 12) Garland, G. D. (1965): *The Earth's shape and gravity, First edition*, 183 pp., Pergamon Press, Oxford.
- 13) Tsuboi, C. (1965): Calculations of Bouguer anomalies with due regard to the anomaly in the vertical gravity gradient, *Proc. Japan Acad. Sci.*, **41**, pp. 386-391.
- 14) Molodensky, M. S., V. F. Eremeev and M. J. Yurkina (1962): *Methods for study of the external gravitational field and figure of the earth*, translation from Russian (1960), Jerusalem, Israel Program for Scientific Translations.
- 15) Moritz, H. (1990): *The Figure of the Earth: Theoretical Geodesy and the Earth's Interior*, 279 pp., Wichmann, Karlsruhe.
- 16) Torge, W. (1989): *Gravimetry*, 465 pp., Walter de Gruyter, Berlin.
- 17) Torge, W. (2001): *Geodesy, 3rd edition*, 416 pp., Walter de Gruyter, Berlin.
- 18) Hofmann-Wellenhof, B. and Moritz, H. (2005): *Physical geodesy*, 405 pp., Springer-Verlag, Wien New York. (和訳版として, '西 修二郎 (2006): 物理測地学, 368 pp., シュプリンガー・ジャパン, 東京' がある)
- 19) Hagiwara, Y. (1991): Physical geodesy of Neumann's boundary-value problem for GPS-based gravimetries, *Report of the National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention*, No. **48**, pp. 1-26, October.
- 20) Hackney, R. I. and W. E. Featherstone (2003): Geodetic versus geophysical perspectives of the 'gravity anomaly', *Geophys. J. Int.*, **154**, pp. 35-43.
- 21) Vaníček, P., R. Tenzer, L. E. Sjöberg, Z. Martinec and W. E. Featherstone (2004): New views of the spherical Bouguer gravity anomaly, *Geophys. J. Int.*, **159**, pp. 460-472.
- 22) Nozaki, K., Y. Sato, K. Hamada, K. Tonouchi and Y. Kitagawa (1993): Basement structure of the Central Part of the Mexico Basin as derived from a gravity survey, *BUTSURI-TANSA (Geophysical Exploration)*, **46**, No. 4, pp. 239-268.
- 23) Li, Xiong and Hans-Jürgen Götze (2001): Ellipsoid, geoid, gravity, geodesy, and geophysics, *Geophysics*, **66**, pp. 1660-1668.
- 24) 野崎京三 (1981): 球面地形補正の計算プログラム, 測地学会誌, **27**, pp.23-32.
- 25) 野崎京三 (1999): 重力球面補正の基本的性質に関する一考察 —— 軸対称な薄い球帽による重力の振舞い ——, 測地学会誌, **45**, pp.215-226。
- 26) 萩原幸男 (1978): 地球重力論, 242 pp. 共立全書 223, 共立出版, 東京.
- 27) 地質調査総合センター (編集) (2004): 日本重力 CD-ROM (第2版), 産業技術総合研究所地質調査総合センター.
- 28) 国土地理院 (編集) (2001): 数値地図 50m メッシュ (標高), CD-ROM.

## ●付録A： 技術用語（和・英）対応一覧

本稿で使用している主な技術用語の和英対応は、以下のとおりである：

（\*印：本稿で独自に用いた用語）

## &lt; 「重力」に関する用語 &gt;

重力：	gravity
正規重力：	normal gravity
標準重力：	standard gravity
参照重力：	reference gravity

## &lt; 「重力異常」に関する用語 &gt;

ブーゲー異常：	Bouguer anomaly
*古典的ブーゲー異常：	classical Bouguer anomaly
*現在のブーゲー異常：	current (or modern) Bouguer anomaly
*一般化ブーゲー異常：	generalized Bouguer anomaly
フリー・エア異常 (FA)：	free-air anomaly (abbreviated to 'FA' )
重力異常 (所謂)：	(so-called) gravity anomaly
重力異常：	gravity anomaly (as the terminology of physical geodesy)
地球物理学的重力異常：	geophysical gravity anomaly
測地学的重力異常：	geodetic gravity anomaly
重力乱れ：	gravity disturbance
*ブーゲー乱れ：	Bouguer disturbance

## &lt; 「化成 (更成)・補正」に関する用語 &gt;

化成 (更成)：	reduction
補正：	correction
基準面 (重力化成の)：	datum level (of gravity reduction)
プレイ化成：	Prey reduction (or Poincaré-Prey reduction)
ブーゲー化成密度 ( $\rho_B$ )：	Bouguer reduction density (denoted by ' $\rho_B$ ' )
ジオイドに準拠した：	geoid-based
楕円体に準拠した：	ellipsoid-based
現点 (での)：	station level
重力補正：	gravity correction (e.g. terrain, Bouguer, free-air, Prey corrections)
*順補正 (重力補正の)：	forward correction (of gravity corrections)
*逆補正 (重力補正の)：	inverse correction (of gravity corrections)
重力 (上方・下方) 接続	gravity (upward/downward) continuation

## &lt; 共通・その他の用語 &gt;

*密度フリーな：	$\rho_B$ -free ( <i>i.e.</i> free from the Bouguer reduction density $\rho_B$ )
標高 (正標高)：	height, elevation, (orthometric height)
物理測地学の基本方程式：	fundamental equation of physical geodesy

### ●付録B： $H_{d0} < H_0$ の証明

ここでは、陸域では殆ど至る個所で密度フリーな重力化成基準面 ( $H = H_{d0}$ ) がジオイド ( $H = 0$ ) 及び正規楕円体 ( $H = H_0$ ) の内部に位置すること、即ち、 $H_{d0} < H_0 < 0$  であることを示す。

陸域では、通常、重力観測点 P (地表面) の標高  $H_p$  は、 $H_p > 0$  であるため、ジオイド面 ( $H = 0$ ) よりも上方の地形質量を除去することによる P での重力への影響は負と考えてよいであろう。一方、地形質量を除去することによる P での重力への影響は、地形質量に対する補正、即ち、球面地形補正量 [ $\rho_B TC_p(\psi)$ ] と重力化成基準面をジオイド面 ( $H = 0$ ) とした場合の球面ブーゲー補正量 [ $-2\pi G\rho_B H_p H^+(\psi)$ ] との和で表わされるから、

$$\rho_B TC_p(\psi) - 2\pi G\rho_B H_p H^+(\psi) < 0. \quad (B1)$$

従って、

$$\rho_B TC_p(\psi) < 2\pi G\rho_B H_p H^+(\psi). \quad (B2)$$

一方、本文(7)式より  $H^+(\psi) = 2 + H^-(\psi)$  であるから、(B2)式は、

$$\rho_B TC_p(\psi) < 2\pi G\rho_B H_p [2 + H^-(\psi)]. \quad (B3)$$

(B3)式の両辺を正数  $-2\pi G\rho_B H^-(\psi)$  [ $\cdot H^-(\psi) < 0$ ] で割れば、

$$-\frac{TC_p(\psi)}{2\pi G H^-(\psi)} < -\frac{2H_p}{H^-(\psi)} - H_p. \quad (B4)$$

ここで、本文(12)式に不等式(B4)を適用して整理することにより、

$$\begin{aligned} H_{d0} &= H_p + \frac{2(H_p - H_0)}{H^-(\psi)} - \frac{TC_p(\psi)}{2\pi G H^-(\psi)} \\ &< -\frac{2H_0}{H^-(\psi)} \\ &< 2H_0 < H_0. \end{aligned} \quad (B5)$$

ここで、(B5)の2行目から3行目にかけては、陸域では殆どの場合ジオイド高  $N = -H_0$  が正(即ち、 $H_0 < 0$ ) であること、及び、 $-1 < H^-(\psi) < 0$  [本文(6)式参照] であることを使った。従って、陸域の殆んど至る個所で

$$H_{d0} < H_0 < 0. \quad (B6)$$

なお、(B6)の関係(特に、 $H_{d0} < H_0$ )は、参照重力場に対応した質量分布が正規楕円体の内部に限ら

れることを要請するものであり、物理測地学における正規重力場に対応した質量分布の拘束条件(即ち、正規楕円体の外部で質量密度 = 0、内部でクレローの方程式を満たすという拘束条件; Moritz (1990), Eqs. (2-114), (4-4) を参照)とも整合している。